

Практичне заняття 1-3

Типові для всіх роторних машин джерела їх вібрацій.

Математичне моделювання

Модель, моделювання є фундаментальними поняттями, якими оперує дослідник у процесі вивчення дійсності, що оточує його.

У найбільш загальному вигляді під моделлю розуміють спрощений тією чи іншою мірою розгляд явища, що цікавить, спрямований на виявлення його основоположних закономірностей.

Моделюванням відповідно називається процедура розроблення моделі явища і подальшого вивчення з її допомогою особливостей цього явища.

Залежно від виду використовуваної моделі, моделювання ділиться на математичне, фізичне і змішане.

Моделювання в діагностиці дозволяє:

-сформулювати умови працездатності, тобто умови разів ділення множини станів M , в яких перебуває машина протягом свого життєвого циклу, принаймні на дві підмножини: працездатне M_1 і непрацездатне M_2 ;

-отримати критерії для оцінки ступеня працездатності машини (тобто розрізняти полягання M_{1i} в підмножині M_1);

-встановити ознаки виниклих несправностей (тобто розрізняти полягання M_{1j} в підмножині M_{1i});

-встановити відповідність між параметрами, що визначають працездатність M (простором станів) і діагностичними ознаками D (простором діагностичних ознак).

Розглянемо докладніше, як розв'язується ця задача при використанні вказаних вище моделей.

При математичному моделюванні машину умовно розглядають як якийсь перетворювач A параметрів її технічного стану x_i (величини зазорів, натягу, перекіс осей і тощо) в параметри вібрації y_i (рівень і спектральний склад віброзміщення, віброшвидкості, віброприскорення і тому подібне), що виникає при її функціонуванні:

$$\{Y\} = A\{X\}, \quad (1)$$

де $\{Y\}=(y_1, y_2...y_n)$ – вектор діагностичних ознак розмірністю n , складений з параметрів вібрації y_i , використовуваних при діагностуванні та іменованих тому діагностичними ознаками;

$\{X\}=(x_1, x_2...x_n)$ – вектор структурних параметрів, розмірність якого n визначається кількістю параметрів технічного стану x_i , які називаються ще структурними параметрами, що виявляються в процесі діагностування.

Розмірності n і m у загальному випадку не дорівнюють між собою, причому діагностування можливе лише при виконанні умови $n > m$.

Завдання вібродіагностики полягає в побудові залежності, оберненої формулі(1):

$$\{X\} = G^{-1}\{Y\}, \quad (2)$$

У простому випадку залежність (2) може бути функціональною:

$$x_i = F_i(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

конкретний вигляд якої встановлюється в період навчання, передуючий етапу постановки діагнозу. Цю функцію або систему функцій можна розглядати як відображення простору технічних станів, заданого координатами x_1, x_2, \dots, x_m , в простір діагностичних ознак з координатами y_1, y_2, \dots, y_n . При цьому виникає і становить особливий інтерес питання однозначності цього відображення.

Якщо кожному з параметрів стану x_i вдається поставити у відповідність тільки одну характерну діагностичну ознаку y_i , то система (3) розпадається на m незалежних співвідношень вигляду

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i \quad (4)$$

причому $n=m$. Діагностичні ознаки в цьому випадку вибираються з фізичних міркувань на основі математичного моделювання динаміки машини.

При побудові моделі розглядаються істотні властивості машини, виключно важливі для постановки діагнозу. Заміна реальних пристроїв їх моделями, що ідеалізуються, дозволяють відвернутися від їх фізичної природи і за допомогою різних математичних методів формалізувати розв'язання діагностичних задач.

Як діагностичні моделі розглядають, як правило, моделі, подані у вигляді системи рівнянь алгебри і диференціальних, феноменологічні моделі, логічні співвідношення, функціональні, структурні, регресійні та інші типи моделей.

Вибір того або іншого типу моделі залежить від цілого ряду чинників (умови експлуатації машини, конструктивного виконання, частотний діапазон вібрацій, що генеруються нею, і тому подібне). Розрахункова модель (схема) складається з урахуванням найбільш істотних властивостей машини, що визначають її динамічну поведінку. Теоретична оцінка вібропараметрів машини (коливальної потужності, віброшвидкості, вібропереміщення і так далі) за допомогою її розрахункової моделі полягає у визначенні:

- *вимушених значень сил;*
- *параметрів вимушених коливань;*
- *власних частот вільних коливань віброактивних конструктивних вузлів і деталей.*

Якщо вихідні розрахункові вібропараметри не задовольняють технічні вимоги з вібрацій, то в процесі проектування машини застосовують конструктивні додаткові і технологічні заходи з метою забезпечення цих вимог.

Розрахункова схема необхідна як при проектуванні нових машин, так і при аналізі динамічної поведінки конструкцій машин, що вже діють. Складання розрахункової схеми для обладнання, що діє, носить назву ідентифікації ("пізнання" об'єкта). Ідентифікація обладнання необхідна, коли важливо знати динамічну поведінку машини при експлуатації в широкому діапазоні порушуваних частот, задача ідентифікації розв'язується на основі аналізу динамічної поведінки систем, спостережуваної або в умовах спеціального експерименту, або в умовах нормальної

експлуатації. Для механічних систем найчастіше доводиться визначати з експерименту частоти вільних коливань і коефіцієнти демпфування. В експериментах система може бути піддана таким видам дії, як удар, збудження стаціонарних гармонічних коливань з поступовою зміною частоти або нестационарного процесу коливань із швидкою зміною частоти, білим шумом.

Необхідно мати на увазі, що дослідження коливань конкретної машини полягає не тільки в складанні диференціальних рівнянь і отриманні їх розв'язку, тим паче, що реальні машини не завжди добре укладаються в класичні розрахункові схеми. Тому вміння правильно скласти розрахункову схему об'єкта до певної міри являє собою мистецтво, засноване як на великому досвіді, так і на інтуїції. При цьому часто доводиться спиратися на додаткові натурні або модельні експериментальні дослідження. Тільки досвід, порівняння результатів математичного аналізу даної схеми з результатами досвіду, а також подальші спостереження можуть підтвердити правильність вибраних координат і всієї розрахункової схеми.

Моделі машини в низькочастотному діапазоні

У низькочастотному діапазоні стадіях орієнтовної оцінки віброхарактеристик машин досить використовувати прості розрахункові схеми і моделі.

Розглянемо, наприклад, роторну машину маси M (рис. 5.1), ротор якої обертається з кутовою швидкістю ω . Машина встановлена на податливій основі, жорсткість якої дорівнює c . При деформації основи в ньому виникають сили опору, пропорційні швидкості деформації \dot{x} ; коефіцієнт пропорційності позначений через b . Машина може переміщатися тільки у напрямі осі X , маючи один ступінь свободи. Узагальнена координата x відлічується від положення статичної рівноваги. Передбачається, що центр інерції ротора зміщений щодо осі обертання на величину e (ексцентриситет). Маса ротора m_p .

Тоді, склавши рівняння Лагранжа, отримаємо

$$M\ddot{x} + m_p e \omega^2 \sin \omega t = -cx - b\dot{x} \quad (5)$$

або

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{m_p e}{M} \omega^2 \sin \omega t, \quad (6)$$

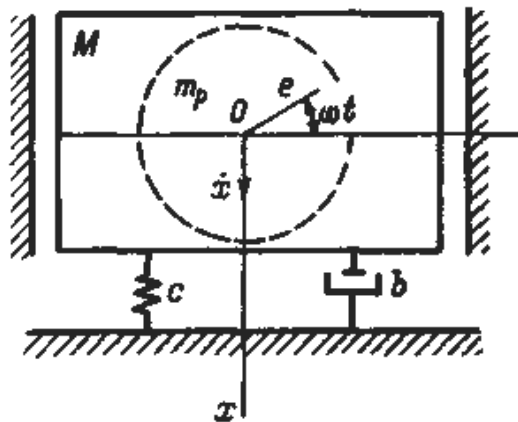
де $\omega_0 = \left(\frac{c}{M}\right)^{0.5}$ – власна частота системи, а $2n = \frac{b}{M}$.

Вимушена сила $G(t) = -m_p e \omega^2 \sin \omega t$ є проекцією відцентрової сили ротора на вісь X .

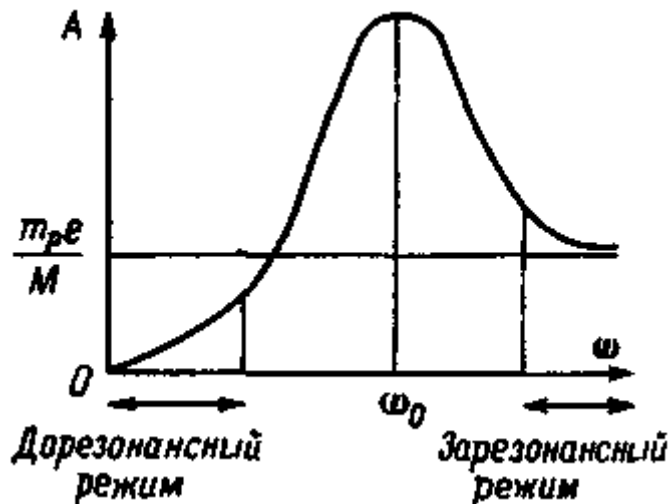
Амплітуда коливань машини відповідно до розв'язання рівняння (6) дорівнює

$$A = \frac{m_p e \omega^2}{M} = \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\pi\omega^2}} \quad (7)$$

Графік залежності побудований на рис. 1. Як правило, потрібно зробити амплітуду коливань машини якомога меншою. З графіка видно, що для цього досить забезпечити виконання умови, тобто досягти того, щоб власна частота системи була значно більша за кутову швидкість ротора. Якщо ця умова виконується, то говорять, що машина працює в дорезонансному режимі. Якщо дорезонансний режим неможливий необхідно, щоб машина працювала в зарезонансному режимі, при якому $\omega > \sqrt{2}\omega_0$.



Рисункок 1 - Модель неврівноваженої роторної машини



Рисункок 2 - Амплітуда коливань віброізолюваної машини при зміні частоти

Зменшити значення A можна зменшенням маси ротора m_p , зменшенням ексцентриситету e , тобто підвищенням точності балансування, збільшенням маси всієї машини. Зменшення маси ротора і підвищення точності балансування, природно, можливі на практиці лише в обмежених межах. Найбільш простий спосіб зменшення амплітуди — збільшення маси M , і з цією метою машину, як правило, з'єднують з масивним фундаментом. При розгоні ротора машина, що працює в

зарезонансному режимі, неминує проходити через область резонансу, в якій $\omega \approx \omega_0$. Щоб при цьому в системі не розвивалися резонансні коливання, прагнуть прискорити проходження через резонанс, збільшуючи для цього потужність двигуна.

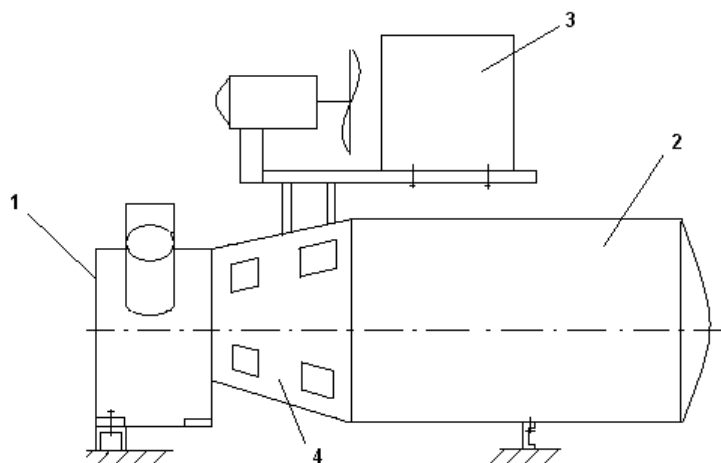
Нижче наведений приклад складнішої розрахункової моделі, що описує коливання триступінчатого поршневого компресора.

Динамічна модель компресорної установки

Схема компресорної установки і її динамічна модель наведені відповідно на рис.3 і 4. Основними елементами установки є:

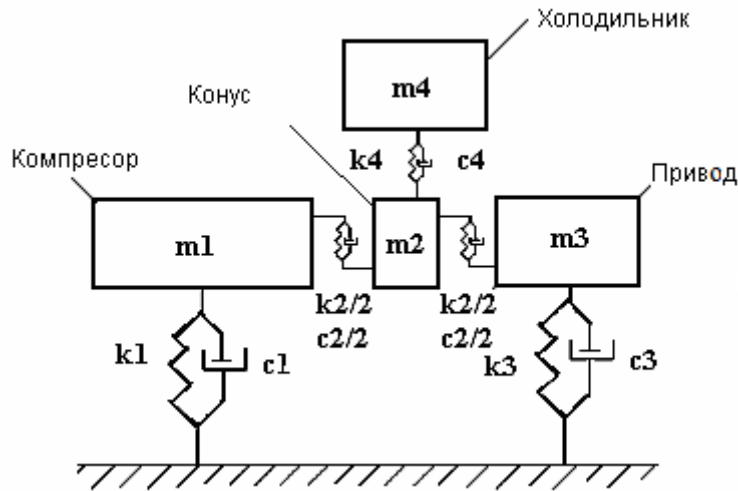
- компресор (1, рис. 3);
- привід (2);
- холодильник (3);
- кріпильний конус (4).

Як джерело коливань розглядається неврівноваженість роторів компресора, привода і двигуна вентилятора холодильника.



Рисункок 3 - Схема поршневого компресора

Динамічна модель компресорної установки складена в припущенні, що маса модельованих вузлів установки зосереджена в їх центрі тяжіння, а жорсткість і демпфуючі властивості зображені у вигляді дискретних прикладених пружин «к» і демпферів «с».



Рисункок 4 - Динамічна модель компресорної установки

Коливання моделі описуються такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{X}_1 + k_1 X_1 + c_1 \dot{X}_1 - k_2/2 \cdot (X_2 - X_1) - c_2/2 \cdot (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - m_1 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 m_2 \ddot{X}_2 + k_2/2 \cdot (X_2 - X_1) + c_2/2 \cdot (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - k_4 (X_4 - X_2) + c_4 (\dot{X}_4 - \dot{X}_2) - k_2/2 \cdot (X_3 - X_2) - c_2/2 \cdot (\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - m_2 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 m_3 \ddot{X}_3 + k_3 X_3 + c_3 \dot{X}_3 + k_2/2 \cdot (X_3 - X_2) - c_2/2 \cdot (\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - m_3 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 m_4 \ddot{X}_4 + k_4 (X_4 - X_2) + c_4 (\dot{X}_4 - \dot{X}_2) - m_4 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \ddot{X}_0 + k_0 X_0 + c_0 \dot{X}_0 &= F,
 \end{aligned}$$

де $F = m_1 l_1 \omega^2 + m_3 l_3 \omega^2 + m_4 l_4 \omega^2$. – зовнішня силова дія (дисбаланс компресора, привода і двигуна вентилятора холодильника);

l_1, l_3, l_4 – ексцентриситети відповідно вала компресора, привода і двигуна вентилятора, перераховані стосовно маси цих вузлів установки.

Початкові значення жорсткості k_i знаходилися розрахунково.

Жорсткість k_1 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (два болти м16 кріплення картера) і швелерної опори (швелер №10, завдовжки 1110 мм, $I = 20.4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Жорсткість k_2 визначалася як поперечна жорсткість конуса.

Жорсткість k_3 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (болт м20 кріплення двигуна) і швелерної опори (швелер №10, завдовжки 400 мм, $I = 174 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Жорсткість k_4 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (4-і болта м10 кріплення рами холодильника) і консольної швелерної опори (швелер № 6.5, консоль завдовжки 680 мм, $I = 89.4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Величини мас узяті з документації на компресор, а значення добротності Q_i задавалися. Значення вказаних параметрів наведені в таблиці 1.

Розв'язання системи рівнянь (5.8) подавалися у вигляді графіків амплітудно-частотних характеристик (АЧХ).

Розрахунки, як правило, проводяться в два етапи. На першому етапі здійснюється процедура ідентифікації, в ході якої визначаються фактичні параметри жорсткості і демпфування.

На другому етапі проводиться навчання системи діагностування можливих дефектів установки.

Таблиця 1 – Значення параметрів моделі

| Модельований елемент компресорної установки | | | | | | | | | | | |
|---|-------------------|------------|------------|------------------|-------|------------|------------------|-------|-------------|------------------|-------|
| Компресорний блок | | | Конус | | | Привод | | | Холодильник | | |
| m_1 , кг | k_1 , н/м | $Q_1^{*})$ | m_2 , кг | k_2 , н/м | Q_2 | m_3 , кг | k_3 , н/м | Q_3 | m_4 , кг | k_4 , н/м | Q_4 |
| 426 | $44.3 \cdot 10^8$ | 5 | 42.5 | $4.3 \cdot 10^8$ | 5 | 435 | $2.2 \cdot 10^8$ | 5 | 230 | $9.2 \cdot 10^8$ | 5 |

Примітка: коефіцієнт демпфування (в'язкого опору) c визначався

$$\text{за такою формулою } c_i = \sqrt{\frac{m_i \cdot k_i}{Q_i^2}}.$$

Ідентифікація жорсткуватих і демпфуючих параметрів моделі компресора здійснювалася шляхом мінімізації величини такого функціонала:

$$U = \sum_{i=1}^m \left(A_i(\omega)_{\text{факт}} - X_i(\omega)_{\text{расч}} \right)^2, \quad (8)$$

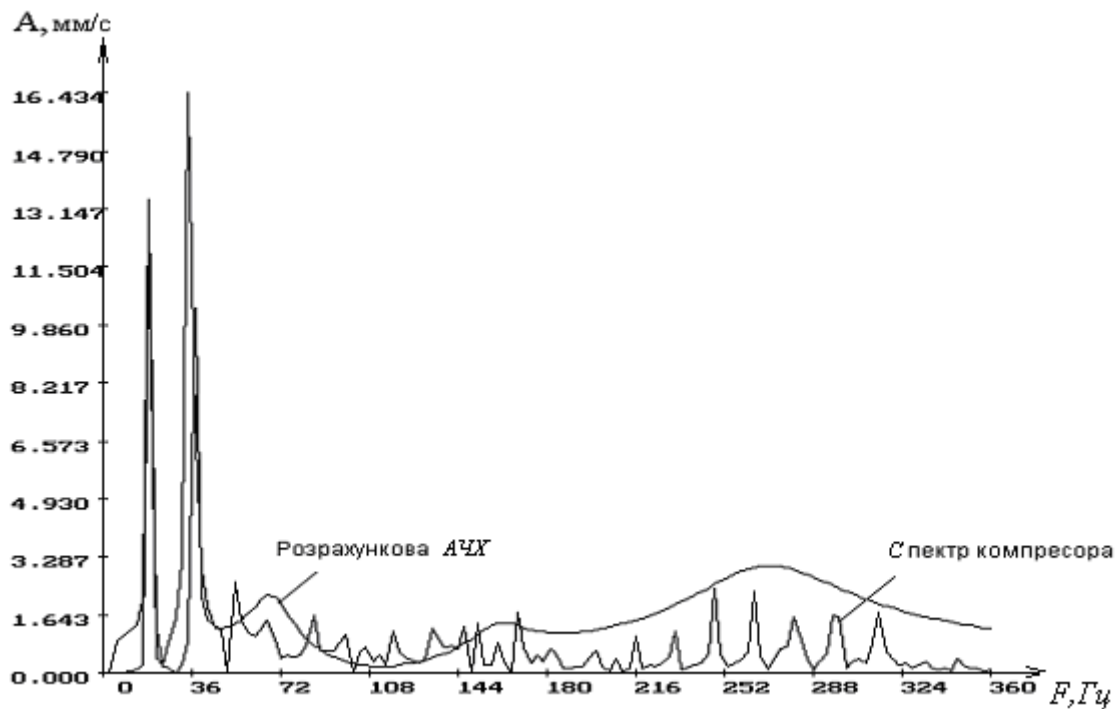
де $A_i(\omega)_{\text{факт}}$, $X_i(\omega)_{\text{расч}}$ – відповідно фактичний спектр коливань компресора і розрахункова АЧХ моделі.

Мінімізація здійснювалася ітераційним перебором параметрів жорсткості і демпфування в діапазоні, що фізично реалізовувався, їх величин.

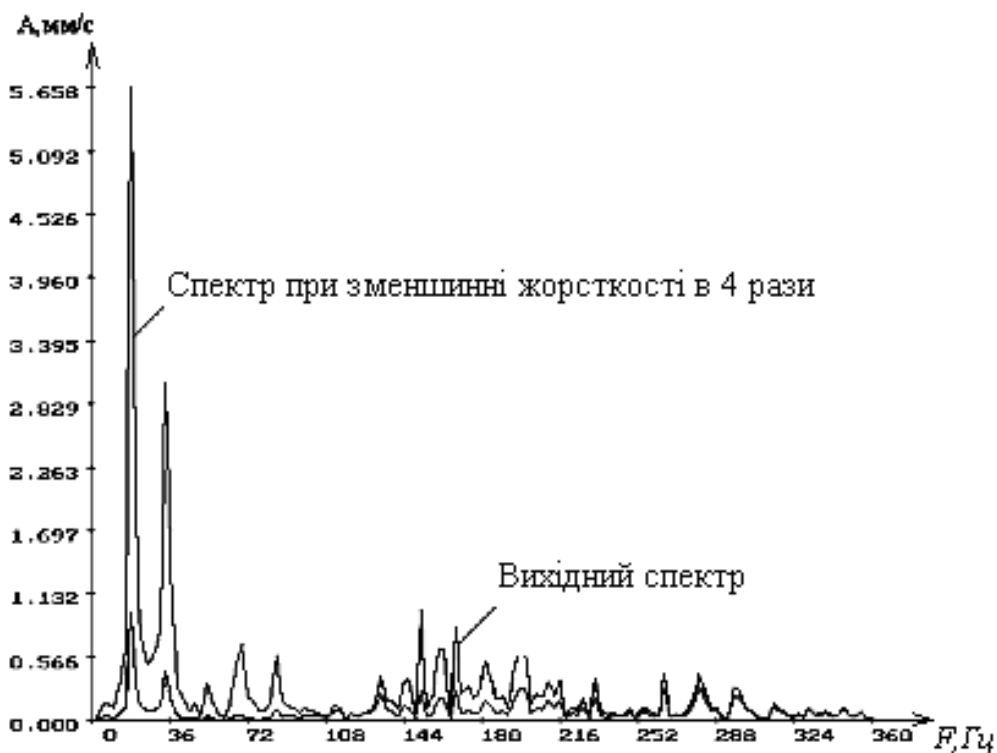
Результати ідентифікації наведені в табл.2 і на рис.5.

Таблиця 2 - Фактичні значення параметрів моделі

| Модельований елемент компресорної установки | | | | | | | | | | | |
|---|------------------|------------|------------|------------------|-------|------------|------------------|-------|-------------|------------------|-------|
| Компресорний блок | | | Конус | | | Привод | | | Холодильник | | |
| m_1 , кг | k_1 , н/м | $Q_1^{*})$ | m_2 , кг | k_2 , н/м | Q_2 | m_3 , кг | k_3 , н/м | Q_3 | m_4 , кг | k_4 , н/м | Q_4 |
| 426 | $5.1 \cdot 10^9$ | 4.5 | 42.5 | $4.2 \cdot 10^7$ | 8 | 435 | $5.5 \cdot 10^7$ | 2 | 230 | $2.0 \cdot 10^8$ | 8 |



Рисункок 5 - Розрахункова АЧХ і спектр вібрації компресора



Рисункок 6 - Зміна спектра вібрацій компресора при зміні жорсткості кріплення його до фундаменту

Навчання системи діагностики полягає у визначенні ступеня впливу дефектів динамічних параметрів машини, що змінюються при розвитку, на спектр її вібрацій.

Так, наведені спектри вібрації компресора, при комп'ютерному моделюванні, в ході якого варіювалася жорсткість кріплення компресорної установки до фундаменту. Моделювання показало, зокрема, що зменшення жорсткості до 4 разів

призводить до істотного збільшення рівня вібрацій на оборотній і другій оборотній частотах.

Розрахункові спектри ($A(\omega)_{пр}$) вібрацій розраховуються шляхом перерахунку фактичних спектрів $A(\omega)_{i\text{ факт}}$, виконаного за такою формулою

$$A(\omega)_{i\text{ пр}} = [A(\omega)_{i\text{ факт}} / X_i^{вих}(\omega)] \cdot X_i^{деф}(\omega), \quad (9)$$

де $X_i^{вих}(\omega)$, $X_i^{деф}(\omega)$ – модулі розрахункових АЧХ, що описують відповідно вихідний і дефектний стани машини в її i -й точці;

$A(\omega)_{i\text{ факт}}$ – фактичний спектр в i -й точці машини.

Вплив шуканого дефекту на параметри машини як динамічної системи дуже різноманітний. У одних випадках дефект змінює характер збурення G , в інших – робить вплив на матриці жорсткості, демпфування й інерції. Тому в конструкції реальної машини параметри елементів системи можуть відрізнитися від розрахункових значень і змінюватися в процесі експлуатації та зі зміною технічного стану. Тому у вібродіагностиці існує необхідність аналізу впливу зміни технічного стану на зміну параметрів системи аналітичним шляхом, тобто на основі відомої математичної моделі.

Для вирішення даного завдання використовують **методи теорії чутливості**. Рівняння стану системи має вигляд

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, q, t), \quad (10)$$

де \ddot{x}, \dot{x}, x – вектори прискорення, швидкості і переміщення системи розмірності n ;

q – вектор структурних параметрів системи розмірності r .

У результаті ряду перетворень визначають функції

$$U_{i,j} = \frac{\partial x(t)_i}{\partial q_j}, \quad (11)$$

які характеризують вплив структурного параметра вектора q на координату (діагностична ознака) вектора системи. Ці функції носять назву функцій чутливості (або впливу), вираз

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \ddot{U} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{U} + \frac{\partial F}{\partial x} U = - \frac{\partial F}{\partial q} \quad (12)$$

є рівнянням чутливості, а система таких рівнянь – моделлю чутливості.

Розв'язання отриманих рівнянь – *функції чутливості*. Рівняння чутливості лінійні навіть у разі нелінійності початкового рівняння стану. Для вібродіагностики

найбільш очевидним є спосіб оцінки змін структурних параметрів конструкції на відхилення діагностичних ознак (компонент вектора фазових координат: амплітуд віброприскорення, віброшвидкості або вібропереміщення), оскільки будь-які зміни конструктивних пружно-інерційних параметрів неминуче позначаться на амплітудно-частотній характеристиці системи.

Ефективність залежить від показників точності вимірювання компонент вектора фазових координат і від абсолютного значення чутливості їх зміни до зміни конструктивних параметрів.

Якщо динамічний стан системи описується векторно-матричним диференціальним рівнянням, то будують векторно-матричне рівняння чутливості. Матриці чутливості дозволяють визначати чутливі й інваріантні до вектора стану параметри. Ця інформація встановлює, які параметри найбільшою мірою визначає вібраційну картину машини. Відзначимо, що матриця чутливості дозволяє значно спростити модель конструкції, що діагностується, залишивши в моделі лише ті параметри, які найбільшою мірою визначають вібраційний стан системи.

Інший спосіб полягає в оцінці зміни параметрів технічного стану конструкції за заданими функціями чутливості і відносно невеликим зміщенням спектра власних частот. Для вирішення поставленої мети необхідно визначити функції чутливості до зміни власних частот системи, тобто

$$U_{ij} = U_{a_j}^{\lambda_i} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, r, \quad (13)$$

де U_{ij} – функція чутливості;

λ_i – власна частота системи;

a_j – параметр системи.

І далі проводиться оцінка параметричних змін, оскільки вектор власних частот є функцією параметрів системи. Тобто за невеликим (близько 10%) експериментально зміряним зсувом вектора власних частот конструкції можна оцінити зміну вектора параметрів математичної моделі, визначивши заздалегідь матрицю чутливості.

Для розроблення математичних моделей елементів машинних конструкцій, що характеризуються розподіленими і зосередженими параметрами, застосовуються алгоритми інтегральної і параметричної ідентифікації. У першому випадку модель подається у вигляді передавальної функції, а в другому – у вигляді диференціальних рівнянь у частинних похідних. Моделювання дефектних станів здійснюється на основі розрахунку динамічних характеристик за допомогою методу кінцевих елементів.

При цьому дефект інтерпретується зміною параметрів кінцевих елементів або розривом зв'язків між відповідними кінцевими елементами. Динаміку конструкцій можна досліджувати як у лінійній, так і в нелінійній постановці.

Розроблення досконаліших розрахункових моделей пов'язана з застосуванням методів теорії коливань. У цій теорії, крім класичних задач про вільні та вимушені

коливання лінійних систем з однією, двома і більш ступенями свободи, розглядаються коливання систем з розподіленими параметрами, методи визначення критичних параметрів таких систем, наближені методи визначення частот коливань пружних різних об'єктів і ряд інших важливих питань.

ПЗ 4 Побудова АЧХ при силовому збудженні **коливань**