

Практичне заняття 15 -16

**Розрахунок балансувальних вантажів при , та динамічному балансуванні
Визначення місця розміщення мас, що корегують дисбаланс, при статичному та
динамічному балансуванні.**

У низькочастотному діапазоні стадіях орієнтовної оцінки віброхарактеристик машин досить використовувати прості розрахункові схеми і моделі.

Розглянемо, наприклад, роторну машину маси M (рис. 5.1), ротор якої обертається з кутовою швидкістю ω . Машина встановлена на податливій основі, жорсткість якої дорівнює c . При деформації основи в ньому виникають сили опору, пропорційні швидкості деформації \dot{x} ; коефіцієнт пропорційності позначений через b . Машина може переміщатися тільки у напрямі осі X , маючи один ступінь свободи. Узагальнена координата x відлічується від положення статичної рівноваги. Передбачається, що центр інерції ротора зміщений щодо осі обертання на величину e (ексцентриситет). Маса ротора m_p .

Тоді, склавши рівняння Лагранжа, отримаємо

$$M\ddot{x} + m_p e \omega^2 \sin \omega t = -cx - b\dot{x}$$

або

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{m_p e}{M} \omega^2 \sin \omega t,$$

де $\omega_0 = \left(\frac{c}{M}\right)^{0.5}$ – власна частота системи, а $2n = \frac{b}{M}$.

Вимушена сила $G(t) = -m_p e \omega^2 \sin \omega t$ є проекцією відцентрової сили ротора на вісь X .

Амплітуда коливань машини відповідно до розв'язання рівняння дорівнює

$$A = \frac{m_p e \omega^2}{M} = \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4n\omega^2}}.$$

Графік залежності побудований на рис. 2. Як правило, потрібно зробити амплітуду коливань машини якомога меншою. З графіка видно, що для цього досить забезпечити виконання умови, тобто досягти того, щоб власна частота системи була значно більша за кутову швидкість ротора. Якщо ця умова виконується, то говорять, що машина працює в

дорезонансному режимі. Якщо дорезонансний режим неможливий необхідно, щоб машина працювала в зарезонансному режимі, при якому $\omega > \sqrt{2}\omega_0$.

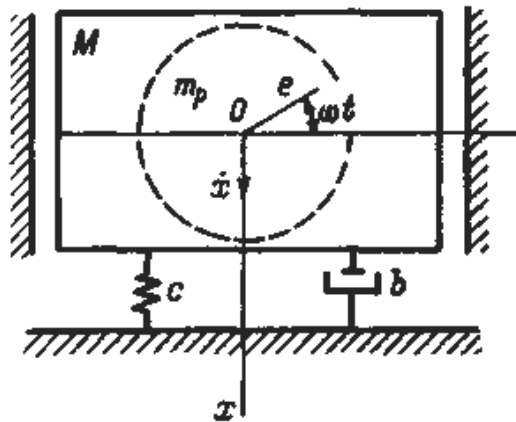


Рисунок 1 - Модель неврівноваженої роторної машини

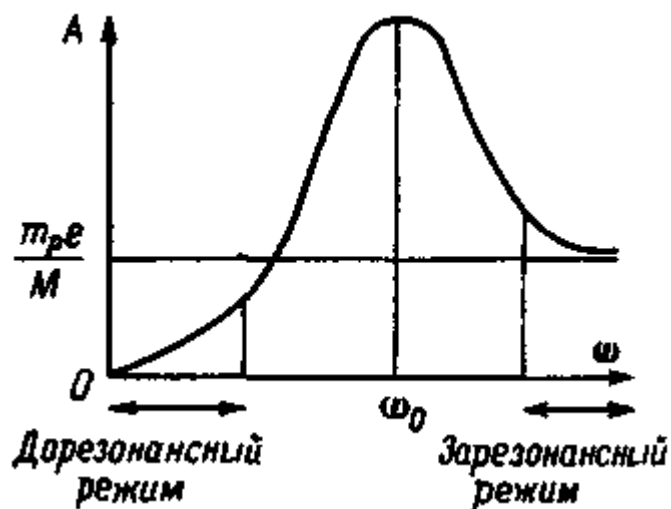


Рисунок 2 - Амплітуда коливань віброізолюваної машини при зміні частоти

Зменшити значення A можна зменшенням маси ротора m_p , зменшенням ексцентриситету e , тобто підвищенням точності балансування, збільшенням маси всієї машини. Зменшення маси ротора і підвищення точності балансування, природно, можливі на практиці лише в обмежених межах. Найбільш простий спосіб зменшення амплітуди — збільшення маси M , і з цією метою машину, як правило, з'єднують з масивним фундаментом. При розгоні ротора машина, що працює в зарезонансному режимі, неминує проходити через область резонансу, в якій $\omega \approx \omega_0$. Щоб при цьому в системі не розвивалися резонансні

коливання, прагнуть прискорити проходження через резонанс, збільшуючи для цього потужність двигуна.

Нижче наведений приклад складнішої розрахункової моделі, що описує коливання триступінчатого поршневого компресора.

Динамічна модель компресорної установки

Схема компресорної установки і її динамічна модель наведені відповідно на рис.5.3 і 5.4. Основними елементами установки є:

- *компресор (1, рис.5.3);*
- *привід (2);*
- *холодильник (3);*
- *кріпильний конус (4).*

Як джерело коливань розглядається неврівноваженість роторів компресора, привода і двигуна вентилятора холодильника.

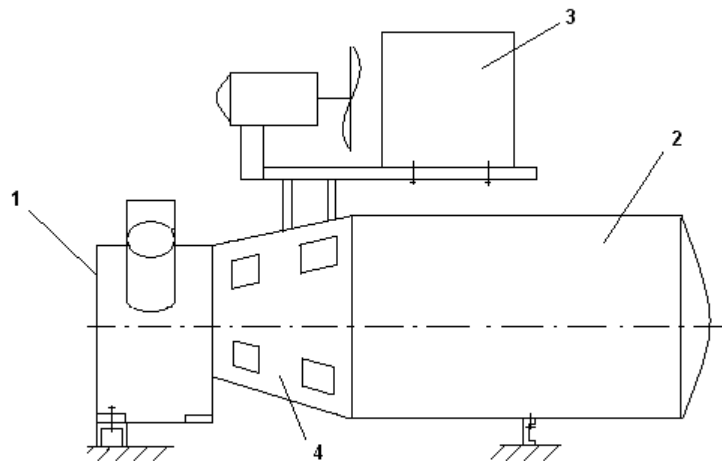


Рисунок 3- Схема поршневого компресора

Динамічна модель компресорної установки складена в припущенні, що маса модельованих вузлів установки зосереджена в їх центрі тяжіння, а жорсткість і демпфуючі властивості зображені у вигляді дискретних прикладених пружин «к» і демпферів «с».

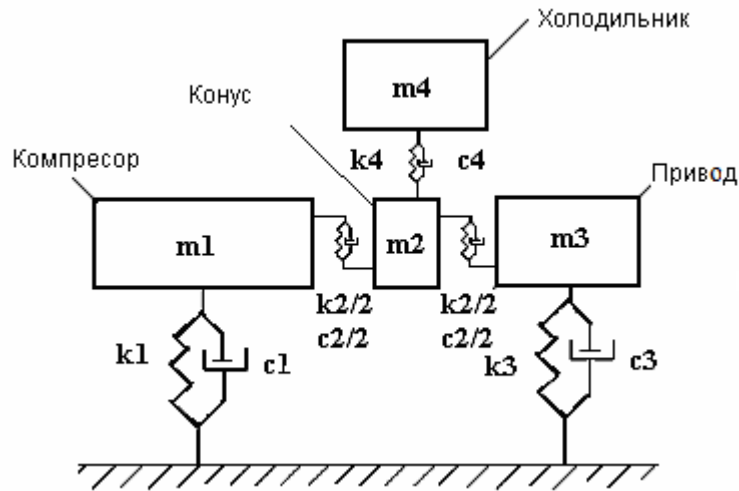


Рисунок 4- Динамічна модель компресорної установки

Коливання моделі описуються такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{X}_1 + k_1 X_1 + c_1 \dot{X}_1 - k_2/2 \cdot (X_2 - X_1) - c_2/2 \cdot (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - m_1 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 m_2 \ddot{X}_2 + k_2/2 \cdot (X_2 - X_1) + c_2/2 \cdot (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - k_4(X_4 - X_2) + c_4(\dot{X}_4 - \dot{X}_2) - k_2/2 \cdot (X_3 - X_2) \\
 - c_2/2 \cdot (\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - m_2 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 (5.8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_3 \ddot{X}_3 + k_3 X_3 + c_3 \dot{X}_3 + k_2/2 \cdot (X_3 - X_2) - c_2/2 \cdot (\dot{X}_3 - \dot{X}_2) - m_3 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 m_4 \ddot{X}_4 + k_4(X_4 - X_2) + c_4(\dot{X}_4 - \dot{X}_2) - m_4 \ddot{X}_0 &= 0, \\
 (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \ddot{X}_0 + k_0 X_0 + c_0 \dot{X}_0 &= F,
 \end{aligned}$$

де $F = m_1 l_1 \omega^2 + m_3 l_3 \omega^2 + m_4 l_4 \omega^2$. – зовнішня силова дія (дисбаланс компресора, привода і двигуна вентилятора холодильника);

l_1, l_3, l_4 – ексцентриситети відповідно вала компресора, привода і двигуна вентилятора, перераховані стосовно маси цих вузлів установки.

Початкові значення жорсткості k_i знаходилися розрахунково.

Жорсткість k_1 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (два болти м16 кріплення картера) і швелерної опори (швелер №10, завдовжки 1110 мм, $I = 20.4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Жорсткість k_2 визначалася як поперечна жорсткість конуса.

Жорсткість k_3 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (болт м20 кріплення двигуна) і швелерної опори (швелер №10, завдовжки 400 мм, $I = 174 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Жорсткість k_4 визначалася як величина, обернена сумі податливостей болтового стику (4-і болта м10 кріплення рами холодильника) і консольної швелерної опори (швелер № 6.5, консоль завдовжки 680 мм, $I = 89.4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$).

Величини мас узяті з документації на компресор, а значення добротності Q_i задавалися. Значення вказаних параметрів наведені в таблиці 5.

Таблиця 1 – Значення параметрів моделі

Модельований елемент компресорної установки											
Компресорний блок			Конус			Привод			Холодильник		
m_1 , кг	k_1 , н/м	$Q_1^{*})$	m_2 , кг	k_2 , н/м	Q_2	m_3 , кг	k_3 , н/м	Q_3	m_4 , кг	k_4 , н/м	Q_4
426	$44.3 \cdot 10^8$	5	42.5	$4.3 \cdot 10^8$	5	435	$2.2 \cdot 10^8$	5	230	$9.2 \cdot 10^8$	5

Примітка: коефіцієнт демпфування (в'язкого опору) c визначався

$$\text{за такою формулою } c_i = \sqrt{\frac{m_i \cdot k_i}{Q_i^2}}.$$

Розв'язання системи рівнянь (8) подавалися у вигляді графіків амплітудно-частотних характеристик (АЧХ).

Розрахунки, як правило, проводяться в два етапи. На першому етапі здійснюється процедура ідентифікації, в ході якої визначаються фактичні параметри жорсткості і демпфування.

На другому етапі проводиться навчання системи діагностування можливих дефектів установки.

Ідентифікація жорсткуватих і демпфуючих параметрів моделі компресора здійснювалася шляхом мінімізації величини такого функціонала:

$$U = \sum_{i=1}^m \left(A_i(\omega)_{\text{факт}} - X_i(\omega)_{\text{расч}} \right)^2,$$

де $A_i(\omega)_{\text{факт}}$, $X_i(\omega)_{\text{расч}}$ – відповідно фактичний спектр коливань компресора і розрахункова АЧХ моделі.

Мінімізація здійснювалася ітераційним перебором параметрів жорсткості і демпфування в діапазоні, що фізично реалізовувався, їх величин.

Результати ідентифікації наведені в табл.2 і на рис. 5.

Таблиця 2 - Фактичні значення параметрів моделі

Модельований елемент компресорної установки											
Компресорний блок			Конус			Привод			Холодильник		
m_1 , кг	k_1 , н/м	$Q_1^{*})$	m_2 , кг	k_2	Q_2	m_3 , кг	k_3 , н/м	Q_3	m_4 , кг	k_4 , н/м	Q_4

				n/m							
426	$5.1 \cdot 10^9$	4.5	42.5	$4.2 \cdot 10^7$	8	435	$5.5 \cdot 10^7$	2	230	$2.0 \cdot 10^8$	8

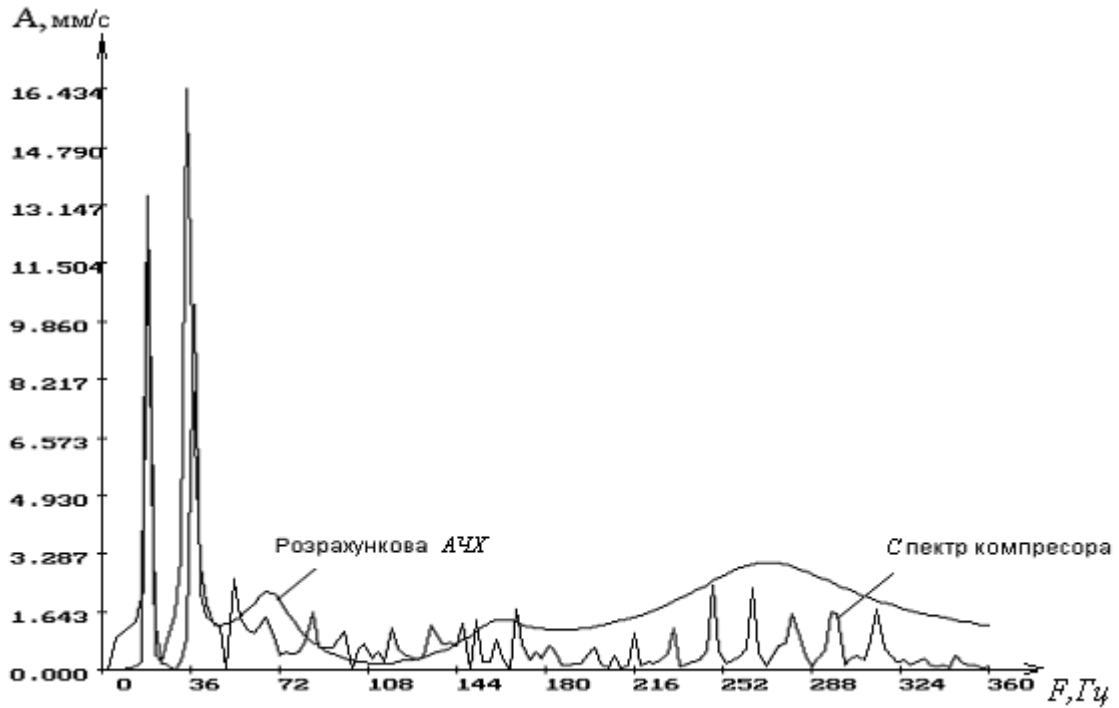


Рисунок 5 - Розрахункова АЧХ і спектр вібрації компресора

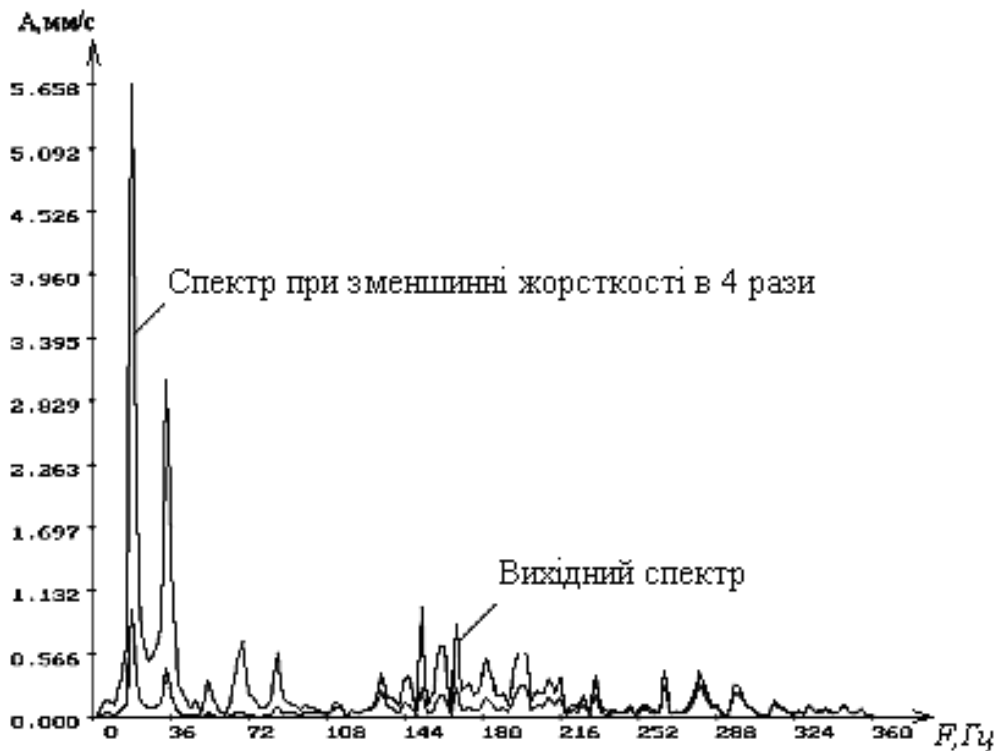


Рисунок 6 – Зміна спектра вібрацій компресора при зміні жорсткості кріплення його до фундаменту

Навчання системи діагностики полягає у визначенні ступеня впливу дефектів динамічних параметрів машини, що змінюються при розвитку, на спектр її вібрацій.

Так, на рис.5.6 наведені спектри вібрації компресора, при комп'ютерному моделюванні, в ході якого варіювалася жорсткість кріплення компресорної установки до фундаменту. Моделювання показало, зокрема, що зменшення жорсткості до 4 разів призводить до істотного збільшення рівня вібрацій на оборотній і другій оборотній частотах.

Розрахункові спектри $(A(\omega)_{пр})$ вібрацій розраховуються шляхом перерахунку фактичних спектрів $A(\omega)_i_{факт}$, виконуваного за такою формулою

$$A(\omega)_{i пр} = [A(\omega)_{i факт} / X_i^{вих}(\omega)] \cdot X_i^{def}(\omega),$$

де $X_i^{вих}(\omega)$, $X_i^{def}(\omega)$ – модулі розрахункових АЧХ, що описують відповідно вихідний і дефектний стани машини в її і-й точці;

$A(\omega)_{i факт}$ – фактичний спектр в і-й точці машини.

Вплив шуканого дефекту на параметри машини як динамічної системи дуже різноманітний. У одних випадках дефект змінює характер збурення G , в інших - робить вплив на матриці жорсткості, демпфування й інерції. Тому в конструкції реальної машини параметри елементів системи можуть відрізнятися від розрахункових значень і змінюватися в процесі експлуатації та зі зміною технічного стану. Тому у вібродіагностиці існує необхідність аналізу впливу зміни технічного стану на зміну параметрів системи аналітичним шляхом, тобто на основі відомої математичної моделі.

Для вирішення даного завдання використовують **методи теорії чутливості**. Рівняння стану системи має вигляд

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, q, t),$$

де \ddot{x}, \dot{x}, x – вектори прискорення, швидкості і переміщення системи розмірності n ;

q – вектор структурних параметрів системи розмірності r .

У результаті ряду перетворень визначають функції

$$U_{i,j} = \frac{\partial x(t)_i}{\partial q_j},$$

які характеризують вплив структурного параметра вектора q на координату (діагностична ознака) вектора системи. Ці функції носять назву функцій чутливості (або впливу), вираз

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} \ddot{U} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{U} + \frac{\partial F}{\partial x} U = -\frac{\partial F}{\partial q}$$

є рівнянням чутливості, а система таких рівнянь – моделлю чутливості.

Розв'язання отриманих рівнянь – *функції чутливості*. Рівняння чутливості лінійні навіть у разі нелінійності початкового рівняння стану. Для вібродіагностики найбільш очевидним є спосіб оцінки змін структурних параметрів конструкції на відхилення діагностичних ознак (компонент вектора фазових координат: амплітуд віброприскорення, віброшвидкості або вібропереміщення), оскільки будь-які зміни конструктивних пружно-інерційних параметрів неминуче позначаються на амплітудно-частотній характеристиці системи.

Ефективність залежить від показників точності вимірювання компонент вектора фазових координат і від абсолютного значення чутливості їх зміни до зміни конструктивних параметрів.

Якщо динамічний стан системи описується векторно-матричним диференціальним рівнянням, то будують векторно-матричне рівняння чутливості. Матриці чутливості дозволяють визначати чутливі й інваріантні до вектора стану параметри. Ця інформація встановлює, які параметри найбільшою мірою визначає вібраційну картину машини. Відзначимо, що матриця чутливості дозволяє значно *спростити модель конструкції, що діагностується, залишивши в моделі лише ті параметри, які найбільшою мірою визначають вібраційний стан системи.*

Інший спосіб полягає в оцінці зміни параметрів технічного стану конструкції за заданими функціями чутливості і відносно невеликим зміщенням спектра власних частот. Для вирішення поставленої мети необхідно визначити функції чутливості до зміни власних частот системи, тобто

$$U_{ij} = U_{a_j}^{\lambda_i} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_j}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, r,$$

де U_{ij} – функція чутливості;

λ_i – власна частота системи;

a_j – параметр системи.

І далі проводиться оцінка параметричних змін, оскільки вектор власних частот є функцією параметрів системи. Тобто за невеликим (близько 10%) експериментально зміряним зсувом вектора власних частот конструкції можна оцінити зміну вектора параметрів математичної моделі, визначивши заздалегідь матрицю чутливості.

Для розроблення математичних моделей елементів машинних конструкцій, що характеризуються розподіленими і зосередженими параметрами, застосовуються алгоритми інтегральної і параметричної ідентифікації. У першому випадку модель подається у вигляді передавальної функції, а в другому – у вигляді диференціальних рівнянь у частинних похідних. Моделювання дефектних станів здійснюється на основі розрахунку динамічних характеристик за допомогою методу кінцевих елементів.

При цьому дефект інтерпретується зміною параметрів кінцевих елементів або розривом зв'язків між відповідними кінцевими елементами. Динаміку конструкцій можна досліджувати як у лінійній, так і в нелінійній постановці.

Розроблення досконаліших розрахункових моделей пов'язана з застосуванням методів теорії коливань. У цій теорії, крім класичних задач про вільні та вимушені коливання лінійних систем з однією, двома і більш ступенями свободи, розглядаються коливання систем з розподіленими параметрами, методи визначення критичних параметрів таких систем, наближені методи визначення частот коливань пружних різних об'єктів і ряд інших важливих питань.