

#### 4 ЗАГАЛЬНІ РІВНЯННЯ РУХУ В'ЯЗКИХ РЕЧОВИН, ЩО НЕ СТИСКАЮТЬСЯ (ГАЗУ)

Призначення змащувальної речовини полягає у тому, що вона розділяє одну поверхню ковзання відносно другої тонким шаром речовини, у якому відбувається зрушення шарів, тоді як поверхні не контактують і не зношуються. Якщо між поверхнями ковзання є газовий шар достатньої товщини, який розмежує ці поверхні, то за певних умов він може виконувати ту ж роль що і рідинне (нестисливе) змащування [8,9].

Підтримуюча властивість повітря при великій швидкості ковзання вала вперше була виявлена експериментально в 1854 р. англійським вченим А. Хірном, в 1896 р. це підтвердив Х. Кінсберг. Незалежно один від одного в 1883 р. М. П. Петров і О. Рейнольдс в 1886 р. заклали основи гідродинамічної теорії змащування. У 1913 р. А. Гарісон одержав рівняння для газового змащування, аналогічні рівнянням Рейнольдса, і привів першу методику розрахунку газових підшипників. У 1932 р. американська фірма зробила перший лабораторний гіроскоп з газовим підшипником. У 1949 р. в СРСР під керівництвом С. А. Шейнберга створено перший зразок електрошпінделя з газовими опорами [8,9].

Несуча здатність змащувального газового шару залежить від надлишкового тиску в зазорі, який може створюватися двома способами: завдяки газодинамічному ефекту (газодинамічні підшипники) і в результаті наддуву газу в зазор від зовнішнього джерела підвищеного тиску (газостатичні підшипники). У деяких підшипниках надмірний тиск створюється одночасно унаслідок наддуву газу від зовнішнього джерела і переміщення однієї поверхні відносно іншої з високою швидкістю - гібридні підшипники.

Газодинамічний ефект виявляється набагато слабкіше, ніж гідродинамічний через малу в'язкість газу. Тому для створення несучої здатності необхідно підводити газ під тиском (газостатичний ефект). Чисто газодинамічні підшипники можуть лише використовуватися для дуже легких роторів.

У якості газового змащування опор ковзання застосовують головним чином стиснуте повітря. У якості змащувальної речовини використовують також і багато інших газів, що мають хімічну інертність (азот, аргон) або високу теплопровідність (водень, гелій і ін.). Водень володіє найменшою в'язкістю і найбільшою теплопровідністю [4-9].

Можна виділити наступні особливості газового змащування.

Найважливішим параметром змащувальної речовини є її в'язкість. Газ характеризується набагато меншою в'язкістю в порівнянні з рідиною. В'язкість повітря в 5000 раз менше в'язкості турбінної оливи. У малій в'язкості й полягає основна перевага повітря – можна забезпечити високі швидкості обертання при незначних втратах на тертя, а, отже, і малому підвищенні температури змащувальної речовини і опор. Мала в'язкість

забезпечує малу несучу здатність газового шару, а, отже, газові опори застосовуються для легко навантажених опор.

В'язкість газу мало залежить від температури, при цьому, якщо із збільшенням температури в'язкість рідини зменшується, то для газу - збільшується. Слабкий вплив температури на в'язкість газів створює великі можливості для застосування газового змащування в умовах низьких (турбодетандери для зріджування гелію при температурі  $-261\dots-2530\text{C}$ ) і високих температур (керамічні підшипники із зовнішнім піддувом при температурі  $800\text{C}$  і частоті  $65000\text{ об/хв}$ ).

В'язкість газів практично не змінюється з підвищенням тиску. При газовому змащуванні тиск в змащувальному шарі рідко перевищує  $2\text{ МПа}$ .

Таким чином підшипників з газовим змащуванням застосовуються в основному для опор високооберткових валів (десятки тисяч об/хв) при невеликому питомому навантаженні: опори шліфувальних шпинделів, вертикальних роторів центрифуг і сепараторів, газових турбін, гіроскопічних приладів і таке інше.

При розрахунках підшипників на газовому змащуванні можна прийняти, що в'язкість не залежить від тиску. Також припущення незалежності в'язкості від температури приведе до помилки у багато разів меншої, ніж для рідини. В'язкість газу при певній температурі можна обчислити по формулі Сетерленда:

$$\mu_t = \mu_0 \frac{273 + a}{T + a} \left( \frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (15)$$

де  $\mu_0$  - в'язкість при атмосферному тиску і температурі  $0^\circ\text{C}$ , Па·с;  $T$  - абсолютна температура,  $^\circ\text{K}$ ;  $a$  - константа, яка залежить від виду газу,  $^\circ\text{C}$ .

Густина газу можна визначити за формулою Клапейрона:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{273}{T}, \quad (16)$$

де  $\rho_0$  - густина газу при атмосферному тиску і температурі  $00\text{C}$ ,  $\text{кг/м}^3$ ;  $p_0$  - атмосферний тиск, Па;  $T$  - абсолютна температура,  $^\circ\text{K}$ .

Гази хімічно стабільніші у великому діапазоні температур. Верхня межа температур визначається міцністю вузлів машини, а нижній - температурою конденсації.

Газові підшипники мають на порядок менші зазори, що пов'язане з малою в'язкістю газу (відносні зазори не більш). Якщо для рідинних -  $50\text{ мкм}$ , для газових -  $5\text{ мкм}$ . Отже, точність руху вала в підшипниках з газовим змащуванням вища, що забезпечує малий шум і низький рівень вібрації. Проте малі відносні зазори посилюють вимоги точності та чистоти обробки

поверхні. При виготовленні опор на газовому змащуванні необхідно забезпечити шорсткість поверхні, що складає соті долі мікрометрів.

Основна принципова відмінність газового змащування від рідинного полягає в стисненні газу ( $\rho \neq const$ ), що призводить до абсолютно різних їх якісних властивостей, особливо при високих частотах обертання. При розрахунках підшипників на газовому змащуванні, приймаючи допущення про ізотермічний процес змащування, одержимо зв'язок між змінною густиною  $\rho$  і абсолютним тиском в змащувальному шарі  $p$ :  $p/\rho = const$ .

Гази не мають властивості граничного змащування. Для газового змащування характерні два види тертя: сухе і газове. У разі припинення подачі газу в підшипник він вмить вийде з ладу, тому поверхні підшипників на газовому змащенні виготовляються з антифрикційних матеріалів з урахуванням можливості випадкового «сухого» контакту.

Газові підшипники дуже чутливі до чистоти газу, що пов'язане з малими зазорами в таких підшипниках. Тому необхідно подавати очищений газ без вологи.

У порівнянні з рідинними підшипниками, підшипники на газовому змащуванні схильні до втрати динамічної стійкості. При чому газ у порівнянні з рідиною не має демпфуючих властивостей. Відносні амплітуди коливання набагато більші при менших зазорах. Для газових підшипників виділяють два види втрати динамічної стійкості:

1) динамічна нестійкість типу напівшвидкісний вихор (частота коливань дорівнює половині частоти обертання вала);

2) динамічна нестійкість типу пневмомолоток, що може розвиватися без обертання вала, обумовлена стисливістю газу і є характерною для газостатичних підшипників.

На відміну від рідинного змащування, газове змащування не має кавітації. У газі можуть бути ділянки з негативним тиском, тобто тиском меншим за абсолютний тиск. При цьому несуча здатність підшипників з газовим змащуванням залежить від тиску навколишнього середовища.

Газові підшипники екологічні, в них можна подавати повітря, що витікає в навколишнє середовище.

Розглянемо загальні рівняння руху в'язких середовищ, що стискаються (газу) або не стискаються (рідин).

Розрахувати підшипниковий вузол - означає, визначити його геометричні розміри, несучу здатність змащувального шару, умови стійкості для робочої частоти обертання. При розв'язанні задач змащування необхідно знайти розподіл тиску, швидкостей і температури в змащувальному шарі підшипника. Для цього необхідно досліджувати рух змащувальної речовини між двома відносно рухомими поверхнями, відстань між якими мала за абсолютною величиною і в порівнянні з відносними розмірами. Для визначення необхідних на практиці параметрів змащувального шару необхідно знати закон зміни стану змащувальної речовини, фізичні властивості, і загальні рівняння руху середовища. Загальні рівняння, які

можна написати для вивчення руху в'язких речовин, що стискаються, є наслідком їх фізичних властивостей і загальних рівнянь механіки та термодинаміки [5].

При виведенні основних рівнянь будемо використовувати такі припущення [5,9]:

1. Дією об'ємних сил і силами інерції нехтуємо.
2. Тиск середовища по висоті зазору незмінний.
3. Ковзання змащувальної речовини на межі поверхні відсутнє.
4. Змащувальна речовина - ньютонівська рідина, тобто напруження пропорційне деформаціям.

Розглянемо рівняння стану.

Незначне підвищення температури змащувального шару дозволяє вважати, що процес змащування протікає ізотермічно. Тоді зв'язок між змінною густиною і абсолютним тиском в змащувальному шарі для середовища, що стискається, (газу) можна виразити ізотермічним відношенням [5]:

$$\frac{p}{\rho} = const . \quad (17)$$

Температура змащувального шару є функцією: роботи тертя в змащувальному шарі, змінного тиску в змащувальному шарі, теплопередачі поверхням шипу і підшипника, теплообміну з навколишнім середовищем унаслідок циркуляції змащувального середовища (газу) в осьовому напрямі. Якщо при помірних швидкостях ковзання (до  $150 \text{ м/с}$ ) коливання температури по довжині змащувального зазору вирівнюються в результаті тепловідводу, то при великих швидкостях ковзання процес поперемінного стиснення і розширення речовини при її циркуляції навколо вала відбувається вже настільки швидко, що як залежність між тиском і густиною необхідно прийняти більш загальне політропне співвідношення:

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = const , \text{ де } 1 < \kappa < 1.4 . \quad (18)$$

Складність полягає у визначенні показника політропи, оскільки на його величину впливають умови відведення тепла, які у свою чергу залежать від матеріалу ротора і опори, конструктивних форм і тому подібне. При цьому ізотермічна теорія дає результати близькі до реальних.

Рівняння стану для рідин, що не стискаються, має вигляд:

$$\rho = const . \quad (19)$$

Отримаємо рівняння нерозривності. Розглянемо зміну маси середовища, що стискається, в елементарному об'ємі шару змащувальної речовини за одиницю часу. Виділимо елементарний об'єм розміром  $dx dy dz$  (рис.7) і розглянемо баланс масової витрати рідини:

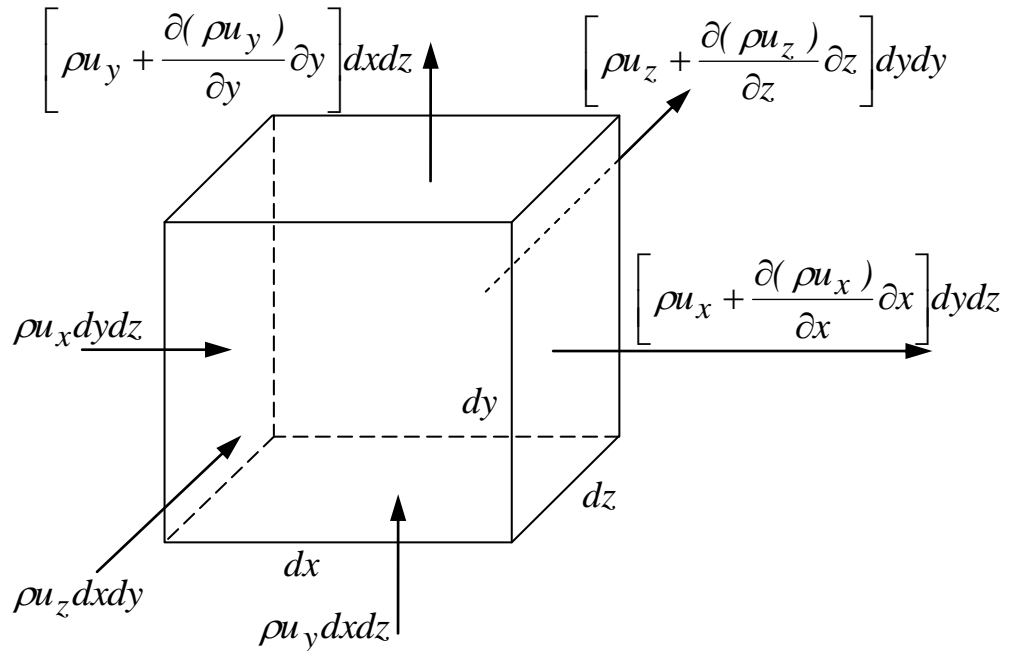


Рисунок 7 – Витрата рідини, що стискається, в елементарному об'ємі шару змащувальної речовини

$$\begin{aligned}
 & (\rho u_x) dy dz + (\rho u_y) dx dz + (\rho u_z) dx dy = \\
 & = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \left( \rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx \right) dy dz + \left( \rho u_y + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} dy \right) dx dz + \\
 & \quad + \left( \rho u_z + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} dz \right) dx dy.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Із цього рівняння отримаємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \text{ або } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{u}) = 0. \tag{21}$$

Рівняння нерозривності у векторній формі виражає нерозривність рухомої маси середовища у вузькому зазорі.

Для середовищ, що не стискаються, (рідин)  $\rho = const$ , тому рівняння нерозривності спроститься:

$$\operatorname{div}(u) = 0. \quad (22)$$

Для одновимірного руху рівняння нерозривності зводиться до умови постійності масової витрати рідини в часі (якщо рух стаціонарний).

На практиці часто зручно використовувати рівняння нерозривності в циліндричних координатах, а саме:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (23)$$

Розглянемо спрощені рівняння руху. Рівняння руху є записом рівнянь механіки для випадку течії рідини. Вони виражають динамічну рівновагу елементарної частинки рідини, тобто рівновага діючих на частинку сил інерції, масових сил і напружень.

Рідина, прилипаючи до рухомої поверхні, втягується до зазору, одночасно розтікаючись у ньому. Цьому перешкоджатимуть сили в'язкості, що виникають всередині рідині при відносному переміщенні її суміжних частин.

Розглянемо умову рівноваги сил, діючих на елементарний об'єм  $dx dy dz$  (рис.8). Навантаження, що діють на поверхні цього об'єму - гідродинамічний тиск  $p$  і дотичне напруження  $\tau$ . У проекції на вісь  $x$ , отримаємо:

$$p dy dz - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz - \tau_{yx} dx dz + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz = 0. \quad (24)$$

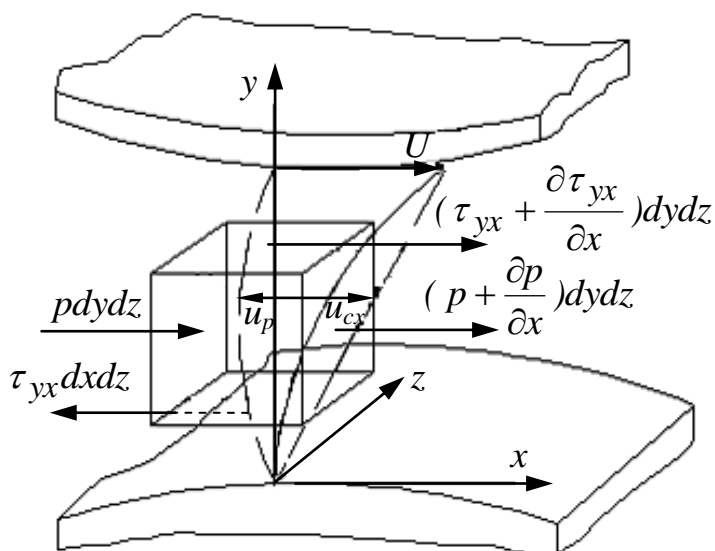


Рисунок 8 – Рівновага елементарного об'єму змащувальної речовини в робочому зазорі

Звідси

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}. \quad (25)$$

Для ньютонівських рідин допускається лінійна залежність між напруженнями і швидкостями деформації, що узагальнює закон Ньютона на випадок тривимірного руху:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}. \quad (26)$$

Підставляючи в рівняння, отримане з балансу сил, маємо:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}. \quad (27)$$

З рівняння балансу сил, спроектованого на осі  $y$  і  $z$ , отримаємо аналогічні два рівняння. Таким чином, маємо систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}. \end{cases} \quad (28)$$

Друге рівняння отримано при допущенні, що  $u_y$  значно менше за  $u_x$  і  $u_z$ . Отже, рух рухомої поверхні по нормалі до нерухомої поверхні з невеликою відносною швидкістю не призводить до зміни тиску по товщині.

У загальнішому випадку використовуються рівняння руху Нав'є - Стокса. З фізичної точки зору рівняння руху виражають рівність між приростами тиску і приростами інтенсивності сил тертя в змащувальному шарі. У цій рівності й полягає фізичний механізм гідродинамічного змащування. Він зводиться до створення тиску, тобто несучої плівки, завдяки в'язкості змащувальної речовини і наявності відносної швидкості руху поверхонь.

Розглянемо рівняння енергії, що виражає залежність між енергією частинки рідини ( $T$ ), механічною роботою зовнішніх сил та напружень і потоком тепла. Його можна одержати з першого закону термодинаміки:

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} + \mu \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (29)$$

де  $C_p$  та  $C_v$  - питома теплоємність при постійному тиску і об'ємі відповідно,  $k = C_p / C_v$  - показник ізотропій,  $T$  - температура.

У загальному випадку маємо шість рівнянь: рівняння стану, рівняння нерозривності, три рівняння руху та рівняння енергії. А також маємо шість невідомих: три складових швидкості  $u_x, u_y, u_z$ , густина  $\rho$ , тиск  $p$  і температура  $T$ .

У випадку рідинного змащування розглядатимемо стаціонарну задачу ізотермічної течії рідини, що не стискається,  $T = const$ , для якої густина не змінюється з часом, тобто  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ . В'язкість і густина змащувальної речовини не залежить від температури. При незначних перепадах тиску в'язкість не залежить від тиску. Таким чином  $\mu(T, p) = const$ ,  $\rho(T) = const$ . В цьому випадку задача описується п'ятьма рівняннями.

Для рідин наведена система рівнянь набагато спрощується. Враховуючи, що густина не залежить від тиску ( $\rho = const$ ), для середовища, що не стискається, задача зводиться до чотирьох рівнянь.

Перш ніж переходити до розв'язання одержаних рівнянь, необхідно визначити граничні умови:

- для швидкостей, вважаючи рідину суцільним середовищем, приймаємо швидкість руху шару рідини на поверхні рівною швидкості руху самої поверхні:

$$\text{при } y = 0 \quad u_x = U_1, u_y = V_1, u_z = W_1,$$

$$\text{при } y = h \quad u_x = U_2, u_y = V_2, u_z = W_2;$$

- для тиску, виходячи з умови, що на межі підшипника змащувальний шар стикається з навколишнім середовищем:

$$p = p_0 \text{ на межі контакту } g(x, z) = 0.$$

Для випадків коли границь контакту кілька:



$$p = p_1 \text{ на границі контакту } g_1(x, z) = 0.$$

$$p = p_2 \text{ на границі контакту } g_2(x, z) = 0.$$

У деяких точках тиск дорівнює тиску подачі:

$$p = p_a \text{ в зоні подачі змащувальної речовини } g_i(x, z) = 0.$$

При цьому крива тиску може бути як замкнутою (замкнута геометрія підшипника) так і розімкненою (сегментні підшипники).

- для температур: задаються температурою поверхонь вала і підшипника:

$$\text{при } y = 0 \quad T = T_1,$$

$$\text{при } y = h \quad T = T_2.$$