



Неклассическая математическая логика

Лекция №8. Интуиционистская логика



Когда логика не работает,
на помощь приходит
интуиция и окончательно вводит
в заблуждение.

Михаил Мамчич

Лектор – Шаповалов С.П.

Кафедра компьютерных наук Сумского государственного
университета



Содержание лекции.

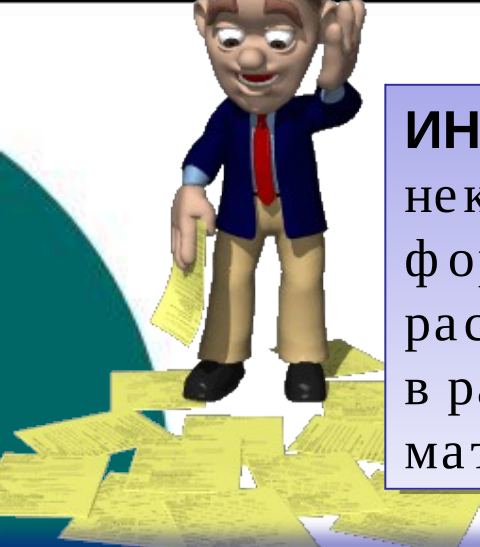


- 1. Логика классическая и интуиционистская.**
- 2. Введение в интуиционистскую логику.**
- 3. Синтаксис и семантика.**
- 4. Построение исчисления.**



Из двух направлений в математической логике - классического (Фреге, Гильберт, Гёдель, Тарский) и интуиционистского (Брауэр, Колмогоров, Карри, Чёрч) - последнее оказывает наибольшее влияние на области науки, лежащие вне пределов традиционной логики. Интуиционистская логика и функциональные исчисления были открыты в первой трети XX века как средства изучения оснований математики и впоследствии оказались мостом, соединяющим доказательства и вычислительные программы. К настоящему времени можно говорить о новом научном направлении ``Компьютерная Логика'', выросшем на интуиционистской традиции в математической логике и ставшем неотъемлемой частью как математической логики так и Computer Science.

Интуиционизм — система **философских** и **математических** идей и методов, связанных с пониманием математики как совокупности «**интуитивно убедительных**» умственных построений. С точки зрения интуиционизма, основным критерием истинности математического суждения является **интуитивная убедительность** возможности проведения **мысленного эксперимента**, связываемого с этим суждением. Поэтому в интуиционистской математике отвергается **теоретико-множественный** подход к определению математических понятий, а также некоторые способы рассуждения, принятые в **классической логике**.



ИНТУИЦИОНИСТСКАЯ ЛОГИКА - одна из систем неклассической логики, систематизирующая и формализующая так называемые конструктивные рассуждения, которые разрабатываются и используются в рамках интуиционистской программы оснований математики (интуиционизма).

И.л. предполагает иную, нежели в классической логике, трактовку смысла логических связок и кванторов, иные условия истинности высказываний, подвергает существенному пересмотру само понятие истинного высказывания: высказывание оценивается как истинное не тогда, когда содержащееся в нем утверждение соответствует действительности, а когда существует эффективный метод его обоснования — конструктивное доказательство.

Интуиционисты видели причину кризиса математики, связанного с обнаружением противоречивости наивной теории множеств, в использовании в математических доказательствах некоторых — порочных, на их взгляд, — принципов классической логики. Среди них законы исключенного третьего и снятия двойного отрицания, принцип рассуждения «от противного» и др.



\wedge

Конъюнктивное высказывание трактуется как утверждение о конструктивной доказанности каждого его члена.

\vee

Дизъюнктивное высказывание истинно, если конструктивно доказан хотя бы один из членов дизъюнкции, причем точно известно, какой именно.

\rightarrow

Смысл имплицативного высказывания состоит в существовании общего метода, позволяющего преобразовать конструктивное доказательство антецедента в конструктивное доказательство консеквента.



\neg

Отрицание некоторого высказывания истинно, если существует эффективная процедура получения противоречия из данного высказывания.

\exists

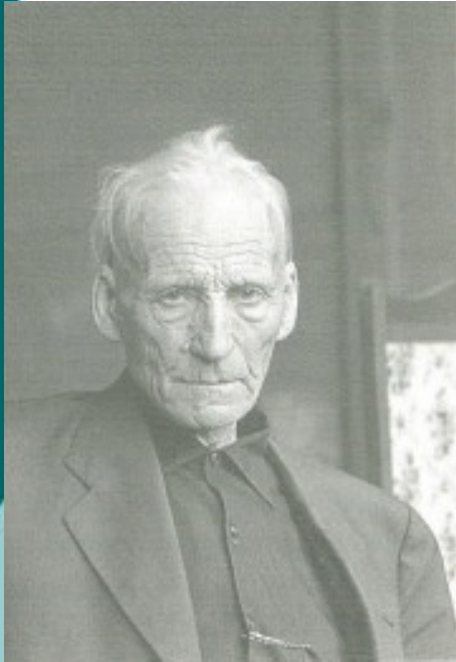
Экзистенциальное (т.е. с квантором существования) высказывание считается истинным, если можно предъявить объект, который удовлетворяет его подкванторной части, или указать алгоритм его порождения.

\forall

Универсальное (т.е. с квантором общности) высказывание понимается как утверждение о наличии общего для любого индивида предметной области метода конструктивного доказательства того, что он удовлетворяет подкванторной части.



Отец интуиционизма

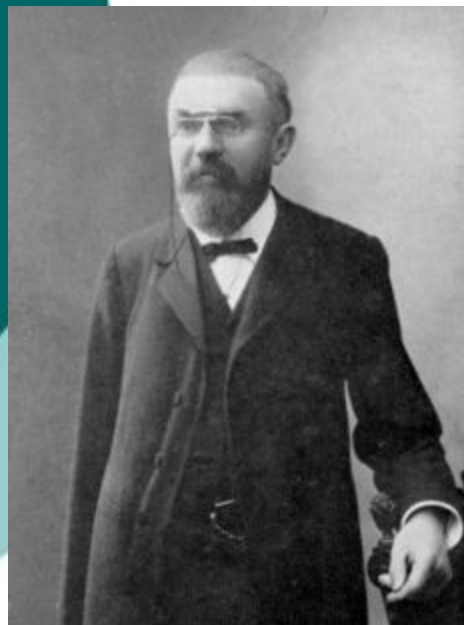


Лёйтзен Э́гберт Ян Бра́уэр (нидерл. *Luitzen Egbertus Jan Brouwer*; 27 февраля 1881 — 2 декабря 1966) — голландский философ и математик, выпускник университета Амстердама, работавший в таких областях математики, как топология, теория множеств, математическая логика, теория меры и

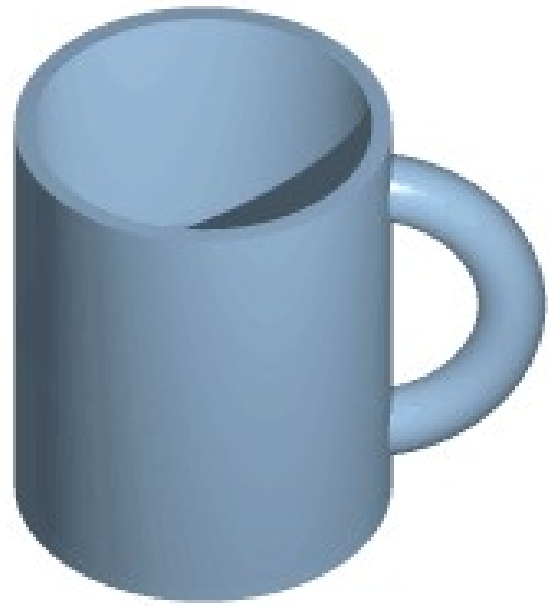
Идейный предшественник



Жюль Анри́ Пуанкаре́ (фр. *Jules Henri Poincaré*; 29 апреля 1854, Нанси, Франция — 17 июля 1912, Париж) — французский математик, механик, физик, астроном и философ. Глава Парижской академии наук (1906), член Французской академии (1908)^[1] и ещё более 30 академий мира, в том числе иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1895).



Справа, одно из последних фото, со Складовской-Кюри, внизу справа – Могила Пуанкаре на Монпарнасе, Внизу - Университет Пуанкаре в Нанси.



Топологическое преобразование тора в кружку



Пуанкаре писал в книге «Наука и гипотеза», что «невозможна реальность, которая была бы полностью независима от ума, постигающего её». Он считал, что основные принципы любой научной теории не являются ни априорными умозрительными истинами (как, например, считал Кант), ни идеализированным отражением объективной реальности (точка зрения Эйнштейна). Они, по его мнению, суть условные соглашения, единственным абсолютным условием которых является непротиворечивость. Выбор тех или иных научных принципов из множества возможных, вообще говоря, произволен, однако реально учёный руководствуется, с одной стороны, желанием максимальной простоты теории, с другой — необходимостью её успешного практического использования. Но даже при соблюдении этих требований имеется некоторая свобода выбора, обусловленная относительным характером самих этих требований.

Пуанкаре считал, что в основе деятельности математика лежит интуиция, а сама наука не допускает полного аналитического обоснования. Логика необходима лишь постольку, поскольку без строгого логического обоснования интуитивно полученные утверждения не могут считаться заслуживающими доверия.



Аренд Тейтинг (9 Мая, 1898 – 9 Июля, 1980)
голландский математик и логик, студент и последователь Л. Э. Я. Брауэра член Нидерландской АН. Окончил Амстердамский университет (1922). Работал там же (с 1948 г. – профессор). Исследования посвящены основаниям математики. Один из виднейших представителей интуиционизма после Брауэра, опубликовал работу с изложением формальных правил интуиционистской логики высказываний. Интуиционистская логика стала частью математической логики. Он родился в Амстердаме, Нидерланды, и умер в Лугано, Швейцария.



Who is who?



(wiskunde, mechanica).

