

## ЛЕКЦІЯ 8

### ВІБРАЦІЇ, ЩО ГЕНЕРУЮТЬСЯ ПІДШИПНИКАМИ КОЧЕННЯ, КОВЗАННЯ ТА ЗУБЧАТИМИ ПЕРЕДАЧАМИ

#### **Вібрації, що генеруються підшипниками кочення**

#### *Феноменологічні дані про вібрації, що генеруються підшипниками кочення*

Підшипникові вузли кочення визначають конструктивно-технологічну досконалість, надійність, довговічність, швидкості, продуктивність і область застосування багатьох машин. Із несправностями підшипникових вузлів кочення пов'язано 65-87% відмов більшості роторних машин. Підшипники кочення – це найбільш загальна причина відмов машинного устаткування.

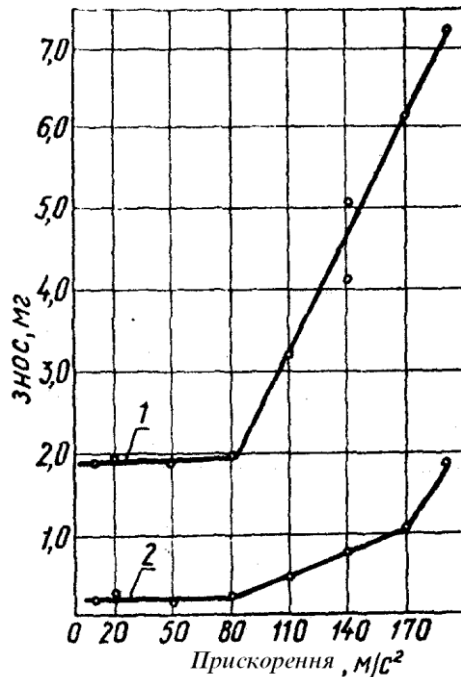
Аналіз великої кількості вибракуваних під час ремонту підшипників кочення показав, що, незважаючи на все різноманіття за зовнішнім проявом несправностей, їх вибракувані ознаки можна розділити на чотири групи, таблиця 7.2.

З таблиці видно, що частіше за все підшипники кочення вибраковуються через збільшення зазорів вище граничних значень. У цьому випадку погіршуються умови роботи всіх деталей вузла, що спричиняє прискорений вихід їх з ладу. Багато підшипників вибраковується через зношення посадкових поверхонь. Це також значною мірою погіршує умови роботи усього вузла.

Таблиця 2 - Розподіл вибракуваних підшипників кочення з видами пошкоджень

Види пошкоджень	Частота появи вибракуваної ознаки, %
Збільшення зазору над граничним значенням	65-75
Порушення щільності посадки	17-21
Макроскопічне ушкодження робітничих поверхонь доріжок та тіл кочення	4-11
Поломка деталей підшипників	5-9

Це явище ілюструється графіками залежності зносу при терті кочення від рівня вібрації, рис.7. З графіка видно, що при рівні віброприскорень до  $80 \text{ мм/с}^2$  коливання навантаження практично не впливає на величину зносу. Однак при досягненні визначеної величини, характерної для конкретного вузла, знос різко зростає і може перевищити нормальний у десятки разів, рис .7.



Рисункок 14 - - Вплив вібрації на знос підшипників кочення

1 – при абразивному зношуванні; 2 – при окислювальному зношуванні  
(у чистому маслі)

Численні дослідження показали, що спектр вібрації однотипних підшипників відрізняється великим розкидом, що досягає 20-30 дБ. Це пов'язано з тим, що деталі підшипників кочення мають припустимі стандартами відхилення від геометричних форм і розмірів. У результаті підшипники кочення загального призначення мають більшу віброактивність порівняно з підшипниками ковзання.

Відхилення розмірів і форм деталей підшипників кочення викликає переміщення осі обертання вала навколо геометричної осі під час його роботи. Центр вала описує складну криву. Таке переміщення приводить до виникнення інерційних сил з великим числом гармонік

$$F = M\varepsilon\omega^2 \cos \omega t \quad (35)$$

де  $M$  – маса механізмів, що обертаються;

$\varepsilon$  – ексцентриситет;

$\omega$  – кутова швидкість обертання.

На гучність кулькових і роликів підшипників впливають такі конструктивні фактори:

- розміри підшипника;
- діаметр і форма тіл кочення;
- клас точності виготовлення;
- початковий радіальний зазор;
- конструкція і матеріал кілець і сепаратора;
- характер змащення;
- частота обертання;

-конструктивні заходи, що знижують збудовальні сили від підшипникових вузлів.

Вібрація, що генерується радіальним зазором підшипника, виявляється на частоті, що визначається за формулою

$$f_{p.z.} = \frac{f_p}{2} \left( 1 - \frac{d}{D_0} \cos \beta \right) \cong 0.4 f_p \quad (36)$$

Різностінність внутрішнього кільця підшипника приводить до його переміщення щодо зовнішнього кільця з частотою  $f_p$ .

Частота вібрації, збуджувана неоднаковими розмірами тіл кочення, залежить від швидкості обертання і конкретного розподілу їх у підшипнику. При рівномірному чергуванні в підшипнику тіл кочення великого і малого розмірів вібрація генерується на частоті

$$f_{p.p.} = \frac{r_1 \cdot z}{2(r_1 + r_2)} f_p \cdot i \quad (37)$$

де  $r_1$  і  $r_2$  – радіуси доріжок кочення внутрішнього і зовнішнього кілець.

Зазори в гніздах сепаратора і його невірноваженість є джерелом вібрації на частоті

$$f_c = \left( 1 - \frac{d}{D} \right) \frac{f_p \cdot i}{2} \quad (38)$$

Поява і розвиток дефектів підшипника приведе до появи і росту величини вібрації машини на таких частотах:

-частота обертання ротора

$$f_p = \frac{n}{60};$$

-частота обертання сепаратора

$$f_c = \frac{f_p}{2} \left( 1 - \frac{d}{D_0} \cos \beta \right);$$

-частота обертання тіл кочення

$$f_{T.K.} = \frac{f_p}{2} \frac{D_0}{d} \left( 1 - \left( \frac{d}{D_0} \right)^2 \cos \beta \right);$$

-частота миготіння тіл кочення по зовнішньому кільцю

$$f_H = z \cdot \frac{f_p}{2} \left( 1 - \frac{d}{D_0} \cos \beta \right);$$

-частота миготіння тіл кочення по внутрішньому кільцю

$$f_B = z \cdot \frac{f_p}{2} \left( 1 + \frac{d}{D_0} \cos \beta \right)$$

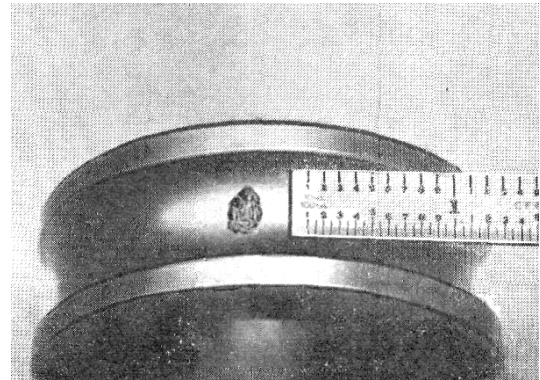
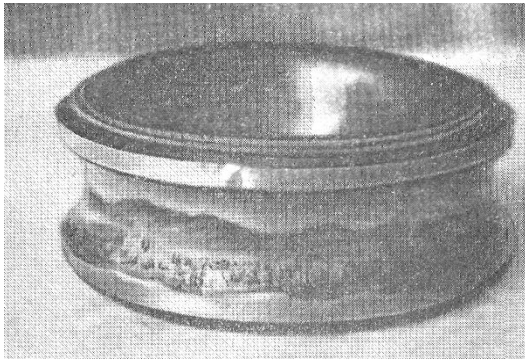
У формулах  $n$  – частота обертання ротора,  $\text{хв}^{-1}$ ;

$d$  – діаметр тіл кочення;

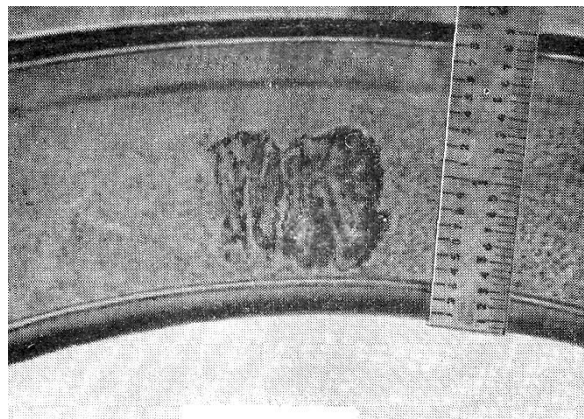
$D_0 = (D_B + D_H)/2$  – діаметр кола, що проходить через центри тіл кочення,  $D_B$  і  $D_H$  – відповідно діаметри внутрішнього і зовнішнього кілець підшипника;

$z$  – число тіл кочення;

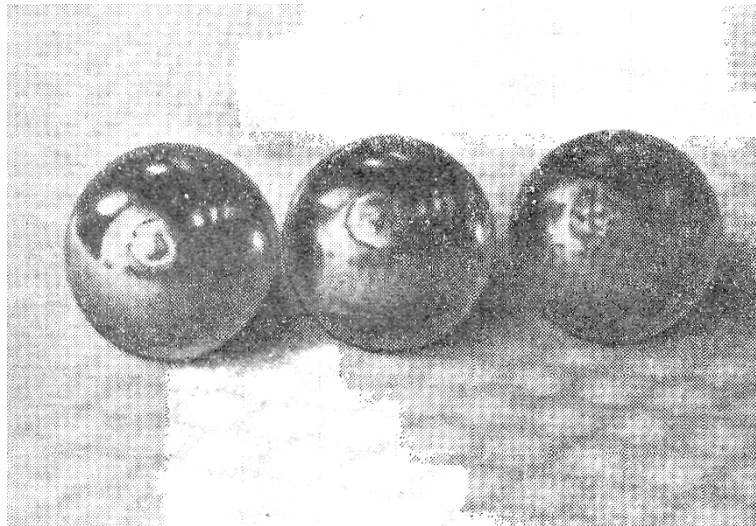
$\beta$  – кут контакту в градусах (кут між перпендикуляром до осі вала і лінією, що проходить через точки контакту кульок (роликів) з кільцями). Кут контакту радіального підшипника з глибоким жолобом дорівнює нулю.



Рисункок 15 - Дефектні внутрішні кільця



Рисункок 16 - Дефектне зовнішнє кільце



Рисункок 17 - Дефектні тіла кочення

Для більшості практичних випадків можна брати:

- частоту вібрації, збуджувану зовнішнім кільцем ( $f_H$ ), дорівнює  $\approx 40\%$  добутку числа кульок на кількість обертів за секунду;
- частоту  $f_B$ , що становить  $60\%$  цього добутку.

Це означає, що за кожне обертання ротора (вала)  $40\%$  кульок проходять по дефекту на зовнішньому кільці та  $60\%$  кульок – по дефекту на внутрішньому кільці.

Хвилястість доріжок кочення генерує вібрацію на частоті

$$f_B = \left(1 \pm \frac{d}{D_0}\right) \frac{f_p z_B i}{2}, \quad (39)$$

де  $z_B$  – кількість хвиль на доріжці.

Гранність (овальність) тіл кочення підшипників викликає вібрацію на частоті

$$f_G = \left(1 - \frac{d}{D_0^2}\right) \frac{D_0 f_p z k i}{2d} \quad (40)$$

де  $k$  – число граней у тіл кочення.

Хвилястість і овальність бігових доріжок, гранність тіл кочення, дисперсія їхніх розмірів, наявність радіального зазору в підшипниках приводять до того, що збуджувана при цьому вібрація має вигляд імпульсів з високочастотним заповненням, модульованим за амплітудою випадковим процесом.

Частотний склад вібрації характеризується великим числом гармонік, кратних основним частотам збуджування, що визначаються за формулами (38)-(40). У результаті між окремими підшипниками того самого типу і розміру існує велике розходження вібрацій, що ними генеруються, як за частотою, так і за рівнем (до 10-30 разів).

Крім вібрацій, що генеруються на розглянутих вище основних частотах, підшипники кочення збуджують вібрації на комбінаційних частотах, що були

результатом взаємодії обертових і нерухомих деталей машини, обумовлених видом навантаження підшипника і дефектами контактуючих поверхонь.

Так, наприклад, дефект сепаратора збуджує вібрації в околі частоти миготіння по зовнішньому кільцю на частотах  $(kf_H \pm nf_C)$ , дефект внутрішнього кільця збуджує частоти взаємодії із зовнішнім кільцем  $(kf_H \pm nf_B)$  і з тілами кочення  $k(f_B - f_C)z$ .

Можливі також різні комбінації цих та інших складових, у результаті чого в спектрі вібрації з'являються частоти вигляду

$$\begin{aligned} kf_B \pm n(qf_H \pm mf_B), \\ kf_H \pm n(qf_B \pm mf_C). \end{aligned} \quad (41)$$

Близькість частоти цих вібрацій до власних частот коливань тіл кочення і кільця підшипників або їх гармонічною складовою є причиною виникнення інтенсивних високочастотних доданків, що виділяються із загального спектра шуму і вібрації підшипників кочення.

Резонансні частоти  $f_\omega$  кульки і кільця підшипника  $f_k$  можуть бути обчислені за формулами

$$\begin{aligned} f_\omega &= \frac{0.848}{2r} \sqrt{\frac{E}{2\rho}}, \\ f_k &= \frac{k(k^2 - 1)}{2\pi(k^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{EI}{m}} \end{aligned} \quad (42)$$

де  $E$  – модуль пружності;

$\rho$  – питома густина матеріалу;

$k$  – показник ступеня резонансу;

$r$  – радіус нейтральної осі;

$I$  – момент інерції в поперечному перерізі;

$m$  – маса кільця на одиницю лінійної довжини.

### **Розрахункова оцінка природи вібрацій, що генеруються підшипником кочення**

#### **Прецесія вала, що обертається в підшипниках кочення з радіальним зазором**

До підшипників кочення ставляться такі основні вимоги:

-вони повинні забезпечувати обертання вала з мінімально можливими витратами енергії;

-не порушувати заданої точності машини (гіроскопа, зубчасті пари тощо);

-забезпечувати встановлений ресурс машини.

Зазначені вище дефекти в елементах підшипника (хвилястість бігових доріжок, їхня овальність, гранність тіл кочення, дисперсія їхніх діаметрів тощо) призводять до порушення цих вимог.

Розглянемо більш докладно вплив радіального зазору в підшипнику на величину вібрації, що ним генерується. Ідеальний підшипник забезпечує постійне положення осі власного обертання вала щодо системи координат, яка пов'язана з корпусом підшипника. Якщо в підшипнику є зазор, то в процесі обертання вала його вісь не залишається нерухомою, а робить прецесію, тобто блукання, що допускаються паразитними ступенями свободи, які з'являються. У процесі блукань вал зіштовхується з тілами кочення, і ці ударні взаємодії і є джерелом вібрації. Визначимо частоту повторення ударних імпульсів залежно від швидкості обертання вала і конструктивних розмірів підшипника, величину ударного імпульсу і час взаємодії деталей під час зіткнення.

Основні допущення при цьому будуть такі:

- під час радіального руху вала радіальна сила стала за величиною і напрямком;
- радіальний зазор  $h_0$  малий порівняно з лінійними розмірами елементів підшипника;
- швидкість обертання вала мала і тому гіроскопічні сили не враховуються.

Хоча даний виклад належить однаковою мірою, як до кулькових, так і роликів підшипників, але для визначеності і для стислості надалі тіла кочення будемо називати кульками.

У процесі руху вала можна виділити два види характерних проміжків часу. Протягом перших вал спирається на дві кульки I і II. Його положення при цьому стійке. Протягом інтервалів другого виду вал спирається усього на одну кульку II і знаходиться в стані падіння, що закінчується зіткненням з кулькою III.

Границею цих інтервалів є момент часу, коли напрямок радіальної сили  $F$  збігається з лінією, що з'єднує центр вала і центр кульки. У цей момент положення вала нестійке, і він відразу ж починає падати. Визначимо частоту падіння, що дорівнює частоті перетинання центрами кульок лінії дії радіальної сили. Для цього нам потрібно визначити кутову швидкість руху центра кульки щодо центра вала, що позначимо  $\Omega$ .

Позначимо  $n$  частоту власного обертання вала в обертах за хвилину. Кутова частота власного обертання вала при цьому буде дорівнювати  $\frac{2\pi n}{60} \text{ рад/с}$ . Тоді кутову частоту обертання кульки щодо точки дотику його із зовнішньою обоймою можна виразити таким співвідношенням:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \frac{R - a}{2a},$$

де  $R$  – радіус кола, проведений по центрах кульок;  
 $a$  – радіус кульки.

Лінійна швидкість руху центра кульки  $v$  при цьому буде дорівнювати

$$v = a\omega = \frac{2\pi n}{60} \frac{R - a}{2}.$$

Однак лінійну швидкість  $v$  можна виразити через кутову швидкість руху центра кульки  $\Omega$  щодо центра вала:

$$v = R\Omega,$$

звідси

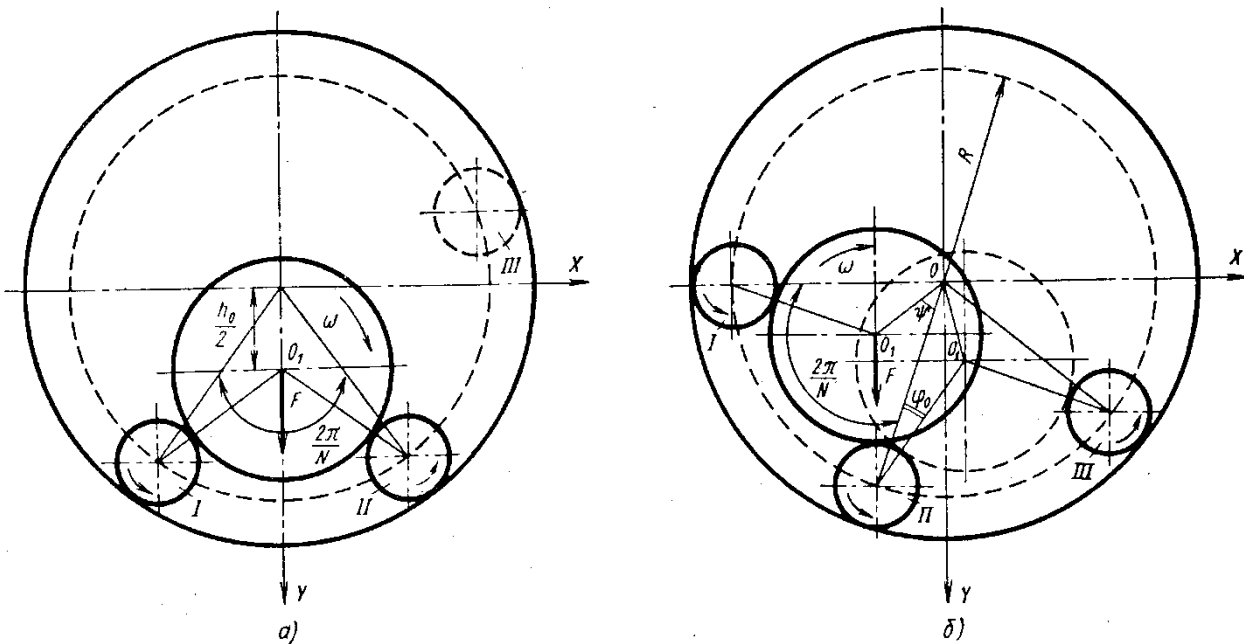
$$\Omega = \frac{\pi n}{60} \frac{R-a}{R}$$

Позначимо  $T'$  інтервал часу, протягом якого кулька, зробивши повний оберт навколо вала, повертається в попереднє положення. Тоді

$$\Omega T' = 2\pi$$

або

$$T' = \frac{120R}{(R-a)n}$$



Рисункок 18 - Схема підшипника кочення

Якщо підшипник має кульки, то їх центри будуть перетинати лінію дії сили в  $N$  разів частіше, тобто період повторення цієї події

$$T = \frac{120R}{(R-a)Nn} \quad (43)$$

#### Ударні імпульси в підшипниках кочення

Величина імпульсу при перекиданні вала залежить від радіальної сили  $F$ , що діє на вал, конструктивних параметрів підшипника і величини його радіального зазору  $h_0$ . Але скористатися безпосередньо формулою (7.7) для визначення імпульсу не можна, оскільки вал переміщається в радіальному напрямку на величину, що відрізняється від  $h_0$ . При розгляді залишимо в силі зроблені раніше допущення про сталість сили і малої швидкості власного обертання вала.

Виходячи з геометрії підшипника, можна знайти переміщення вала за напрямком дії сили



$$h' = \frac{h_0^2}{2R} \sin^2 \frac{\pi}{N}$$

і в напрямку, перпендикулярному до дії сили:

$$h'' = h_0 \sin \frac{\pi}{N}$$

Зображена траєкторія руху центра вала в підшипнику із зазором. Сигнали з датчиків радіального переміщення вала, розміщених перпендикулярно один до одного, подавалися на вертикальне і горизонтальне розгорнення осцилографа. Як і очікувалося, траєкторія центра вала має форму сильно витягнутого еліпса. Щоб підрахувати швидкість удару вала й імпульс сили в момент його зіткнення з кулькою III потрібно визначити роботу радіальної сили

$$A = Fh' = \frac{Fh_0^2}{2R} \sin^2 \frac{\pi}{N}$$

Кінетична енергія в момент зіткнення дорівнює величині роботи  $A$ :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Fh_0^2}{2R} \sin^2 \frac{\pi}{N}$$

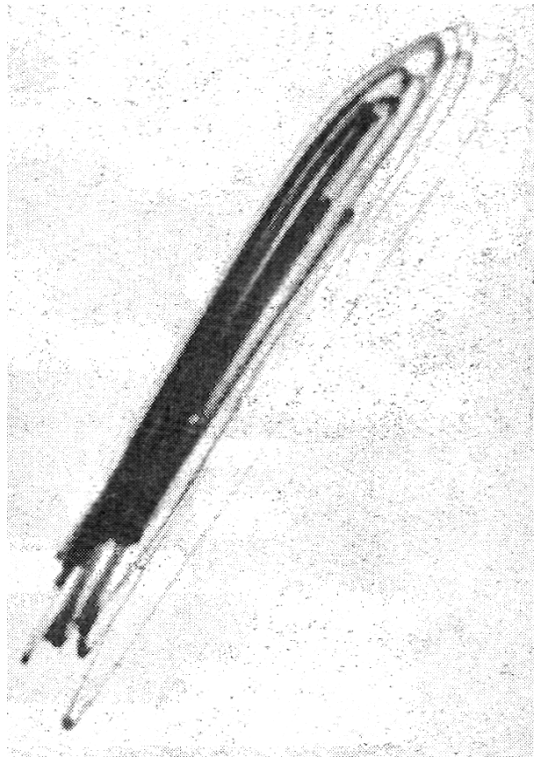
Звідси швидкість зіткнення

$$v_0 = h_0 \sqrt{\frac{Fm}{R}} \sin \frac{\pi}{N}$$

та імпульс сили

$$q_0 = h_0(1+e) \sqrt{\frac{Fm}{R}} \sin \frac{\pi}{N}$$

де  $\varepsilon$  - коефіцієнт відновлення, який дорівнює для сталі 5/9.



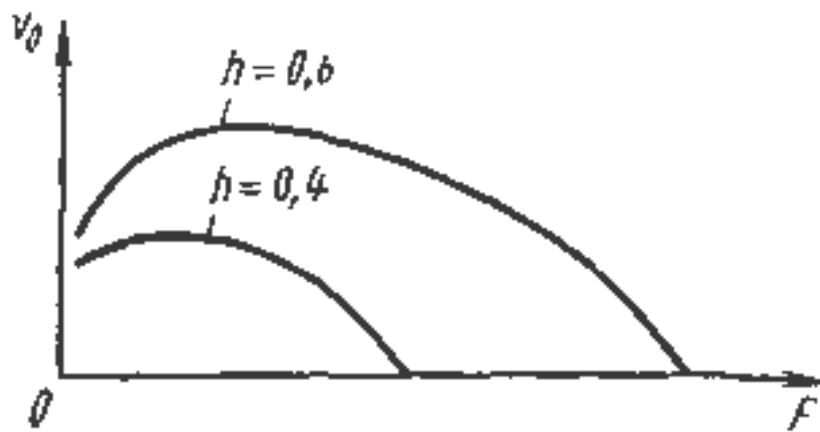
Рисункок 19 - Траєкторія руху центра вала в підшипнику із зазором

Амплітуда вібросигналу пропорційна імпульсу сили, яка його збуджує. Для підшипника вона повинна бути пропорційна його радіальному зазору.

З формули випливає також, що амплітуда вібраційного імпульсу пропорційна кореневі квадратному з величини радіальної сили  $F$ . Тому для отримання потужного сигналу потрібно прагнути до проведення діагностики підшипника при максимальному навантаженні машини. Але це наближене твердження. Більш точний аналіз показує, що при збільшенні радіального навантаження на підшипник величина переміщення вала по напрямку дії сили зменшується у зв'язку з деформацією тіл кочення. Це зменшення зазору при збільшенні діючої сили визначається таким співвідношенням:

$$\delta_0 = 1.86 \cdot 10^{-5} \frac{F^{2/3}}{d^{2/3}} \quad (44)$$

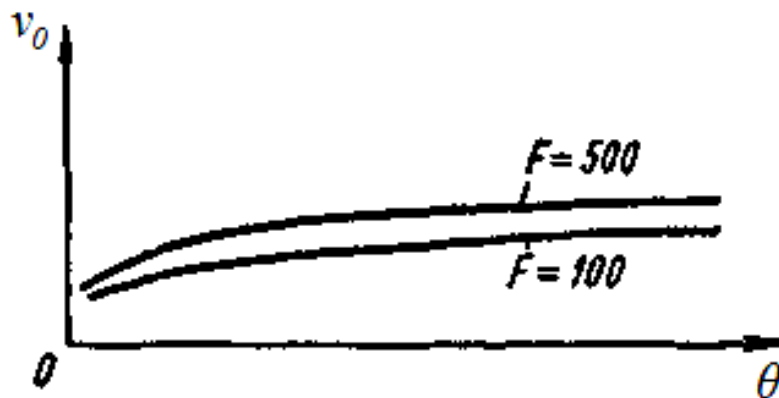
де  $d$  - діаметр кульки в см;  
 $F$  - сила в Н.



Рисункок 20 - Залежність швидкості удару в підшипнику від радіального навантаження

На рис. 20 зображена залежність швидкості удару від радіального навантаження. Крива залежності має максимум, що відповідає оптимальному режимові навантаження машини при діагностиці підшипника. Оптимальність у цьому випадку полягає не тільки в тому, що на цьому режимі підшипник випромінює сигнал максимальної амплітуди, але й у тому, що на цьому режимі сигнал менше сприйнятливий до флуктуації навантаження.

Відповідно до виразу (44) імпульс у підшипнику не залежить від швидкісного режиму. Однак аналіз показав, що зі збільшенням швидкості обертання вала відбувається деяке збільшення величини його переміщення по лінії дії сили.



Рисункок 21 - Залежність швидкості співударяння в підшипнику від кутової швидкості обертання сепаратора

Це збільшення зазору пов'язане з тим, що за час падіння вала на кульку III (рис.21) ця кулька встигає переміститись і збільшити висоту падіння вала (рис. 7.15) Співвідношення величин при цьому мають вигляд:

$$v_0 = R \left[ \sqrt{\theta^2 + \frac{4F}{S} \sin^2 \frac{\psi}{2} - \theta} \right];$$

$$\psi = \sqrt[3]{\frac{3S\theta^2\varphi}{F} + \frac{mh_0\theta^2 \sin \frac{\pi}{N}}{4F}} + \varphi;$$

$$\varphi = \frac{1}{R} \left[ h_0 \sin \frac{\pi}{N} - 2\delta_0 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{N} + 2 \frac{\delta_0^2 + h\delta_0 \cos \frac{\pi}{N}}{2R\delta_0 \sin \frac{\pi}{N}} \right],$$

де  $\theta$  – кутова швидкість обертання сепаратора;  
 $S = mR$ .

Істотною величиною при силовій взаємодії в кінематичній парі є його тривалість. Відомо, що тривалість удару пружних тіл, (сталевих деталей), є малою величиною. Ця обставина дозволяє вносити в розгляд велике число спрощень. По-перше, при розгляді взаємодії деталей у кінематичній парі, з погляду акустичних явищ, можна не враховувати всі постійні і повільно змінювані сили, якими б великими вони не здавалися. При розгляді імпульсів малої тривалості можна не враховувати пружність ланок механізму, тому що за час дії імпульсу їхні переміщення нехтовно малі.

**Визначимо порядок тривалості взаємодії елементів підшипника при ударі.**

Для підшипника із зазором  $h_0$  і радіальним переміщенням, обумовленим формулою (44), співвідношення (37) можна записати в такому вигляді:

$$\tau = 2.94m^{1/2}k^{-2/5} \left( \frac{2.44R}{Fh_0 \sin^2 \frac{\pi}{N}} \right)^{0.1} \quad (45)$$

де  $k = \frac{2}{3} \frac{q_k}{\delta \sqrt{A+B}}$

$$A = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{a} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad B = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right);$$

$a$  – радіус кульки;

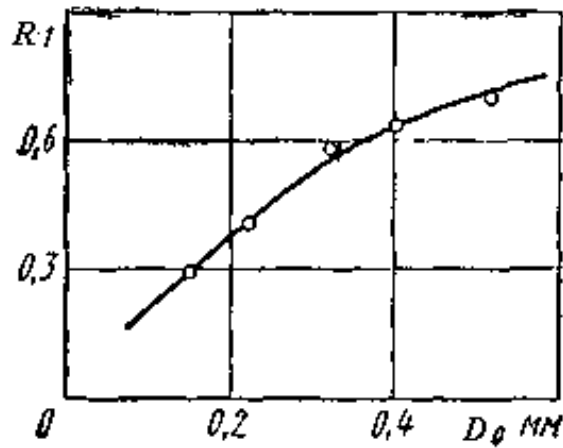
$R_1$  – радіус поверхні жолоба бігової доріжки;

$R_2$  – зовнішній радіус внутрішньої обойми;

$q_k$  – функція  $\frac{A}{B}$ , її значення наведені в таблиці 7.1.

Для розрахованого приклада у активний діапазон імпульсу в підшипнику визначається частотою

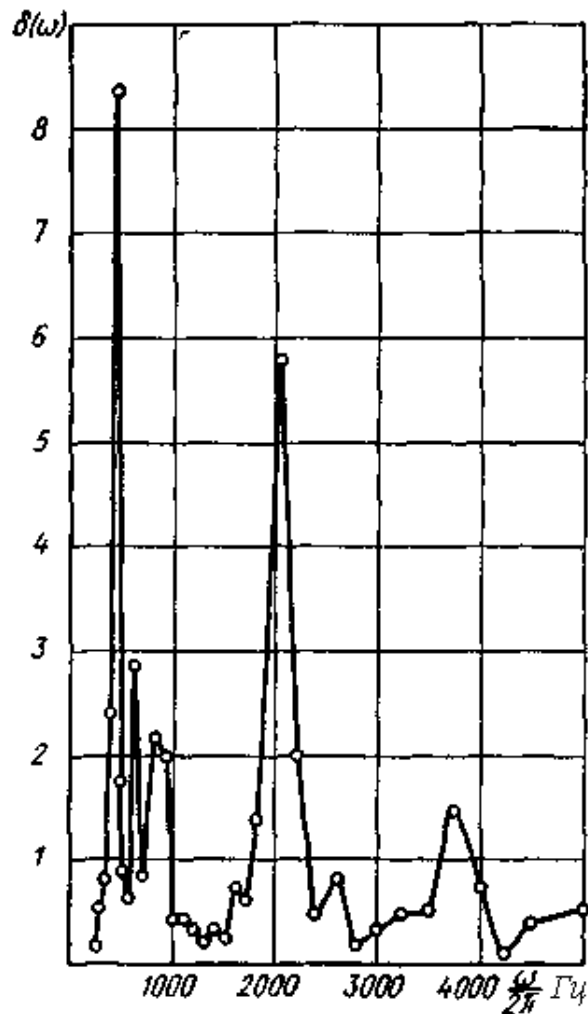
$$v_0 = \frac{1.5}{4.32 \cdot 10^{-4}} = 3750 \text{Гц}$$



Рисункок 22 - Залежність амплітуди вібрації, яка генерується підшипником, від величини радіального зазору

Максимальна сила, що виникає в зоні контакту, відповідно до виразу (7.38), дорівнює  $6,90 \cdot 10^6$  Н.

На рисунку 22 зображена залежність амплітуди вібросигналу, що генерується редуктором, від величини радіального зазору в підшипнику на ведучому валові. Дані добре збігаються з розрахунками за формулою (45).



Рисункок 23 - Спектр вібрацій редуктора, збуджуваних зіткненнями деталей у підшипнику кочення

Активний діапазон реальних спектрів коливань, які порушені підшипниками в редукторі (рис. 23), досягають частоти 4000 Гц. Як бачимо, тут спостерігається задовільне узгодження розрахунку з експериментальними даними.

### **Вібрації, що генеруються підшипниками ковзання**

Підшипник ковзання володіє малою порівняно з іншими вузлами машини віброактивністю. В однакових умовах виготовлення, балансування і змащування підшипники ковзання з примусовим змащуванням створюють менші за рівнем (на 10 дБ і більше) вібрації, ніж підшипники кочення.

Підшипники ковзання генерують вібрацію через:

- неврівноваженість ротора;*
- дії зовнішніх сил;*
- овальності шийки вала і вкладиша підшипника;*
- випадкові неоднорідності на поверхні шийки і вкладиша;*
- збільшення радіального зазору в підшипнику;*
- появу у локального зносу і випадкових неоднорідностей;*
- наявність твердих дрібних частинок у мастилі;*

- порушення характеру подачі мастила і зміни її в'язкості;
- дефекти збірки вкладиша в корпус; і
- дефекти стикування механізму в агрегаті;
- викривлення корпусів при монтажі або порушенні правил експлуатації.

Типовий частотний склад вібрацій, що генеруються підшипником ковзання, наведений у таблиці 3.

Неврівноваженість (дисбаланс) ротора приводить до модуляції вібрації, що генерується підшипником, частотою обертання  $f_p$ . До цього ж результату приводить і локальний знос шийки вала, проте при цьому виникає модуляція гармоніками оборотної частоти. Причому початкові фази і амплітуди кратних гармонік в спектрі однозначно пов'язані, що дозволяє розділити ці два види дефектів.

Збільшення радіального зазору в підшипнику призводить до зростання вібрації на частотах, кратних частоті обертання, або на її субгармоніці, що, як правило, лежить в межах 41- 48% частоти обертання. Крім того, із збільшенням зазору в підшипнику ковзання підвищується дисперсія вібраційного сигналу на основних частотах. Нелінійні властивості змащувального шару і порушення якості мастила при збільшеному зазорі в підшипнику можуть приводити до автоколивань. Частота автоколивань для жорсткого ротора становить половину його частоти обертання –

$f_a = \frac{f_p}{2}$  і модуляції вібрації частотою  $f_a$ , а для гнучкого ротора – відповідає його першій критичній швидкості. Причому у вертикальних машинах автоколювання виникають набагато частіше і, як правило, синхронізуються з частотою обертання.

Автоколювання приводять до обкатування підшипника валом і прискорення його зносу. Дефект виготовлення і зносу, овальність або гранність шийки вала викликають модуляцію високочастотної вібрації вкладиша і корпусу частотами  $2f_p$  і  $kf_p$ , де  $k$  – число граней.

Таблиця 3-Джерела і частоти вібрацій, що генеруються підшипниками ковзання

Джерело вібрації	Частота вібрації, Гц							
	$\frac{1}{4} f_p$	$\frac{1}{3} f_p$	$\frac{2}{5} f_p$	$\frac{1}{2} f_p$	$f_p$	$2f_p$	$3f_p$	$4f_p$
Колювання корпусу	⊕	⊕	⊕		⊕			
Збільшення радіального зазору в підшипнику					⊕	⊕	+	+
Ослаблення кріплення натягу вкладишів	Часткове		⊕		⊕			
	Повне		⊕		⊕	⊕	⊕	+

Неспіввісність підшипника, згинання вала						⊕	+	+
Автоколивання, порушення нормальних умов змащування		⊕		⊕	+	+		
Зношення антифрикційного шару					+			
Локальне зношення шийки вала					⊕	+	+	
Овальність шийки вала						⊕	+	+
Пульсація тиску в змащувальному шарі	Високі рівні вібрації на частотах > 15кГц, а також на частотах, зумовлених станом каналів надходження мастила та його подачі насосом							

де ⊕ - основні частоти вібрації, що генерується підшипником;  
 + – частоти вібрації, що виявляються у міру розвитку дефекту.

Максимум спектральної густини вібрації корпусу підшипника припадає на частоти близько 5-10 кГц. Знос шийки вала і вкладиша підшипника виявляється з появою у високочастотній частині спектра обвідної вібрації вкладиша складових з частотами, які кратні частотам обертання

Дія на ротор зовнішніх періодичних навантажень як силового, так і кінематичного типу може приводити до резонансних явищ у системі "цапфа-опора ротора – основа".

### **Вібрації, що генеруються зубчастими передачами**

#### **Причини виникнення вібрацій**

Зубчасті передачі є джерелом сильної вібрації в звуковому діапазоні частот. Однакові вібрації зубчастих передач залежать від:

- точності виготовлення зубчастих пар;
- обвідної швидкості коліс;
- навантаження, які передаються зубчастою парою;
- умов змащення та інерційно-жорсткісних характеристик редуктора.

Збудження коливань обумовлюється проявом двох основних факторів:

- періодичною зміною твердості зубів по фазі зачеплення;
- дефектами виготовлення і монтажу зубчастих коліс.

**Похибки виготовлення** складаються з постійних і перемінних крокових дефектів зубів.

**Похибки монтажу** виявляється у вигляді перекосу осей, неспіввісності валів, неправильно встановленого бічного зазору і т.д.

При зчленуванні зубчастих колій у пари виникають кінематичні похибки, що містять складові, характерні для кожного колеса, і додаткові складові від неточності зчленування коліс (перекіс осей, відхилення міжцентрової відстані) і т.д. Ці похибки



генерують вібрації на оборотних частотах обох коліс  $kf_{01}$  та  $kf_{02}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) і на модуляційних частотах :

$$mf_z \pm nf_{01}, \quad mf_z \pm nf_{02} \quad (m, n = 1, 2, 3, \dots) \quad (46)$$

Вібрація генерується на частотах, обумовлених:

- взаємним зіткненням зубів при вході в зачеплення;
- перемінною деформацією зубів, викликаною мінливістю сил, прикладених до них;
- кінематичними дефектами зубчастих коліс у зачепленні та їхніх гармоніках;
- перемінними силами тертя.

Ці частоти визначаються за такою формулою:

$$f_z = z_1 f_{01} = z_2 f_{02} = z_3 f_{03}, \quad (47)$$

де  $z_1, z_2$  – число зубів шестірні і колеса;

$f_{01}, f_{02}, f_{03}$  – частота обертання сполучених коліс 1, 2, 7.

Коливання, спричинені контактним тиском, зачеплення колеса із шестірнею викликає коливання на частоті

$$f = f_0 z_1^i, \quad (48)$$

де  $z_1$  – число зубів шестірні.

Похибка зубонарізування обох генерує вібрацію на частоті

$$f_H = kz_c f_B, \quad (49)$$

де ( $k = 1, 2, 3, \dots$ );

$z_c$  – число зубів дільного колеса верстата при нарізуванні зубчастого колеса.

Циклічна похибка окружного кроку зубчастих коліс генерує вібрацію на частоті

$$f_\omega = (k - z_1 - z_c) f_{01}. \quad (50)$$

Кінематичні похибки приводять до амплітудної і фазової модуляції коливань на зубчастій частоті. Збільшення тертя при порушеннях геометрії зачеплення під навантаженням приводить до збільшення рівня шумової (випадкової за амплітудою і частотою) складової вібрації.

Із збільшенням частоти обертання колеса і навантаження зростає акустичний шум, що генерується колесами. У спрощеному вигляді ця залежність може бути записана у вигляді

$$L = L_0 + 23 \lg u;$$

$$L = L_{01} + 20 \lg N_n,$$

де  $u$  – колова швидкість колеса, м/с;

$N_n$  – передана потужність кВт;

$L_0, L_{01}$  – сталі (залежно від якості виготовлення шестірень дорівнюють 40-50 дБ).

Ексцентричності одночасно шестірні й колеса генерують вібрацію на частоті

$$mf_z \pm kf_{01} \pm nf_{02}. \quad (51)$$

Періодична похибка кроку, що призводить до навантаження зачеплення через один або два зуби, створює вібрацію на субгармоніках зубчастих частот, що розраховуються за такою формулою:

$$\frac{kf_z}{q}, \quad (52)$$

де  $q = 2$  або  $3$ .

Зубчасті передачі - це система з розподіленими параметрами і мають значну кількість власних частот коливань. Це призводить до того, що практично на всіх режимах зубчасте зачеплення генерує коливання на резонансних частотах. Природно, що збіг змушених і власних частот викликає збільшення амплітуд коливань на відповідних частотних складових. Для прямозубих передач можливе виникнення параметричного резонансу і, як наслідок, відривних віброударних коливальних режимів, що приводить до появи нових частотних складових.

Експлуатаційні дефекти контактуючих поверхонь зубів: *знос, викрашування, тріщини, відколи, поломки* і тощо є додатковими факторами, що приводять до зміни властивостей вібрацій, які генерує зубчаста передача.

Відхилення розміру кроку і форми зубів викликають крутильні й поперечні коливання, що породжують в обертових масах машини перемінні інерційні сили і моменти, що складаються з відповідними силами від корисного навантаження. Через вали і підшипникові вузли ці перемінні зусилля передаються на опорні конструкції, викликаючи в них, у свою чергу, пружні коливання.

### **Частоти і форми власних згинальних коливань зубчастих коліс**

Для визначення резонансних частот обертання при згинальній вібрації коліс необхідно в першу чергу знати частоти власних коливань і їхньої форми, для конічних колій – в осьовому напрямку, для циліндричних – у радіальному. Можна приблизно розрахувати частоти власних коливань, наприклад, за енергетичним методом Рітца. Неточності визначення тим більші, ніж ажурніша і складніша форма колеса. Для циліндричних зубчастих коліс при коливанні обода в радіальному

напрямку як кільця на пружній основі – діафрагмі – власні частоти визначаються за формулою

$$f_i = \frac{1}{\pi R_0} \sqrt{\frac{Eu^4}{\rho_m(1+\mu)} \frac{v^4(2v-1)^2}{64v^3\xi(u^2+1) + (2v-1)^4u^2}},$$

$$v = \frac{d_a + d_f + 4R_2}{2(d_a + d_f) - 8R_2}; \quad R_0 = 0.25(d_a + d_f) + 0.5R_2,$$
(53)

де  $d_a, d_f$  – діаметри вершин і западин зубів колеса;

$E$  – модуль подовжньої пружності;

$\rho_m$  – густина матеріалу колеса;

$\mu$  – коефіцієнт Пуассона;

$R_2$  – внутрішній радіус обода;

$R_0$  – радіус по основі зуба;

$u$  – передаточне число;

$v$  – висота зуба;

$$\xi = \frac{v}{v_n};$$

$v$  – ширина обода;

$v_n$  – товщина підвнутрішнього колеса.

Знайдені з формули (53) частоти власних коливань коліс можуть бути використані для попереднього експериментального визначення резонансних частот обертання і відповідних форм коливань колеса. Форми коливань є комбінацію вузлових діаметрів і вузлових окружностей.

### **Згинальні коливання зубчастих коліс**

Зусилля, що виникають при зачепленні зубів, збуджують коливання зубчастого колеса. Виникаючі при цьому пружні хвилі згинальних деформацій, по власних формах коливань біжать уперед та назад. При збігу частоти зачеплення з частотою проходження однієї з цих хвиль настає резонанс згинальних коливань колеса. Частоти обертання, при яких настає резонанс згинальних коливань колеса (об/хв):

$$n_p = \frac{60f_i}{k_z \pm i},$$
(54)

де  $f_i$  – власна частота згинальних коливань колеса, Гц;

$k_z$  – гармоніка порушення згинальних коливань щодо зубчастої частоти;

$i$  – число пружних хвиль деформації на колесі (число вузлових діаметрів) при коливаннях його по власних формах (знак "плюс" відповідає резонансу з хвилею, що біжить назад; знак "мінус" – резонансу з хвилею, що біжить уперед).

Із співвідношення (54) випливає, що для однієї власної частоти згинальних коливань зубчастого колеса  $f_i$  з  $i$ -вузловими діаметрами при його обертанні можливі дві резонансні частоти обертання колеса з однією гармонікою збудження.

Найбільш небезпечна перша гармоніка порушення зубчастої частоти, тому що інтенсивність у неї вища. Але за низької точності виготовлення і складання коліс небезпечні і високі гармоніки збудження.

При малому числі  $k_z$ , тобто коли  $k_z < i$ , можливий другий резонанс із хвилею, що біжить назад (об/хв):

$$n_p = \frac{60 f_i}{i - k_z}. \quad (55)$$

При зовнішньому збудженні, не пов'язаному з частотами зачеплення обертового колеса, резонансні частоти обертання колеса будуть (об/хв):

$$n_p = \frac{\pm 60(f_{BH} - f_i)}{i}, \quad (56)$$

де  $f_{BH}$  – зовнішня частота збудження, Гц;

знак "плюс" відповідає випадку  $f_{BH} > f_i$  ;

знак "мінус" – випадку  $f_{BH} < f_i$  .

Можлива згинальна вібрація колес із одними вузловими окружностями при коливанні їх за зонтичною формою без вузлових діаметрів. Тоді біжучої хвилі деформацій не буде і резонансні частоти обертання колеса (в об/хв) визначаться (56) з умови  $i = 0$ :

$$n_p = \frac{60 f_j}{k_z} \quad (57)$$

де  $f_j$  – власна частота згинальних коливань колеса без вузлових діаметрів із вузловими окружностями, Гц.

У зубчастому зачепленні, крім динамічних сил, що виникають при пересполученні зубів коліс, є завжди робоча статична сила, що збуджує хвилю, яка біжить назад, деформації колеса. Якщо швидкість збудженої хвилі деформації дорівнює швидкості хвилі, що біжить назад, за власною формою з  $i$ -вузловими діаметрами, то настане критичний стан колеса. У цьому випадку  $k_z = 0$  і критична частота обертання колеса

$$n_{кр} = \frac{60 f_i}{i} \quad (58)$$

Критичний стан для симетричних тіл обертання типовий для гнучких турбокомпресорних коліс ГТД.

Звичайно, зубчасті колеса є твердими, і критичні частоти обертання не є небезпечними, тому що вони знаходяться значно вище робочих частот обертання колеса.

Іноді згинальні вібрації зубчастих коліс збуджуються динамічними навантаженнями в зачепленні від низькочастотних крутильних коливань передач, обумовлених наявністю підвищених кінематичних похибок у зачепленні через незадовільну якість виготовлення і складання коліс. У цьому випадку згинальна вібрація коліс збуджується з низькими частотами, що відповідають гармонікам, кратним частотам обертання колеса. Така вібрація безпечна, тому що вона звичайно має нерезонансний характер.

### ***Розрахункова оцінка характеристик вібрацій, що генеруються зубчастими передачами***

Зубчасті механізми служать для передачі енергії в машині від одних елементів до інших. При цьому в загальному випадку відбувається зміна частоти обертання валів і крутного моменту. До зубчастої передачі ставляться такі основні вимоги: передача енергії в ній повинна відбуватися з мінімальними втратами, потужність випромінюваного механізмом шуму повинна бути мінімальною і не перевершувати заданого рівня, механізм повинен володіти визначеним і за можливістю максимальним ресурсом. Від деяких зубчастих пар потрібна також визначена точність передачі обертального руху. Усі зазначені вище вимоги не суперечливі й узгоджуються між собою. Будь-який захід, що поліпшує один із показників механізму, приводить до поліпшення інших.

Вихідними даними для аналізу зубчастого механізму служать передана їм потужність і частоти обертання ведучих і відомого валів  $n_1$ ,  $n_2$  (про/хв) або  $\omega_1$  і  $\omega_2$  (рад/с). Крутний момент, прикладений до вала, визначається співвідношенням

$$M = a \frac{N}{n} \quad H \cdot m \quad (59)$$

На зубчасті колеса, що беруть участь у передачі крутного моменту, діє тангенціальне зусилля

$$F = \frac{M}{r_0} = b \frac{N}{nmz \cos \alpha} \quad (60)$$

де  $r_0$  – радіус основного окружності;  
 $m$  – модуль зубчастого колеса;  
 $z$  – число зубів;  
 $\alpha$  – кут зачеплення.

Зуб, що знаходиться в зачепленні, піддається складному навантаженню, у якому беруть участь одночасно напруження стиску  $\sigma_{11}$ , напруження зсуву  $\sigma_{12}$  і згинальний момент  $\mu$ .

З формули Герца

$$\sigma_{\max} = c \sqrt{\frac{FE}{b\rho}} \quad (61)$$

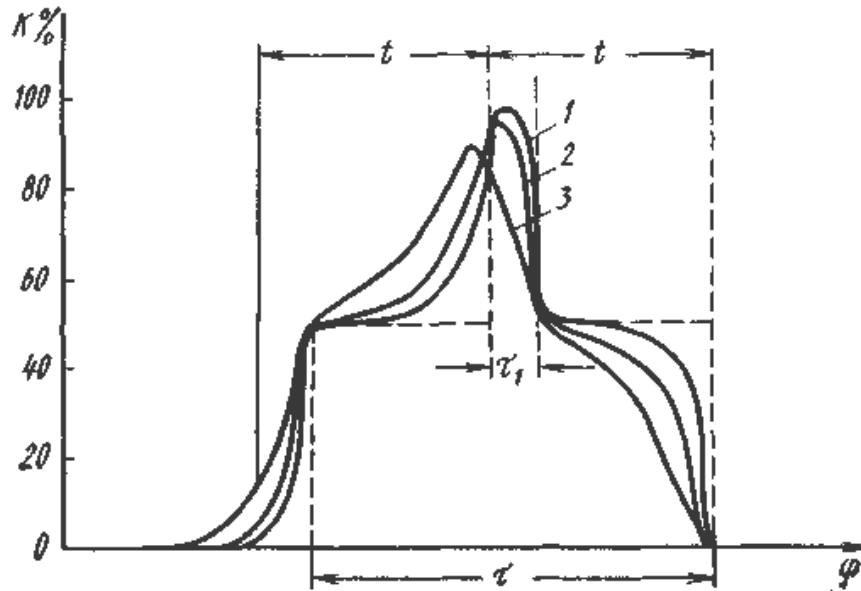
де  $E$  – модуль пружності матеріалу;  
 $b$  – ширина зуба колеса;  
 $\sigma_{\max}$  – максимальне напруження в зоні контакту;  
 $\rho$  – наведений радіус кривизни контактуючих поверхонь.

У полюсі зачеплення

$$\rho = \frac{2r_0 \sin \alpha}{2} \cdot \frac{i}{i+1}, \quad (62)$$

де  $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$  – передатне відношення.

Навіть в ідеальному зубчастому механізмі умови навантаження є перемінними. У процесі роботи змінюється точка прикладання рівнодіючої сил і величина сили. Як відомо, перемінна сила, що діє на пружну систему, викликає в ній коливання. З погляду вібродіагностики варто з'ясувати питання, чим можуть відрізнитися пружні коливання, що виникають у реальному зубчастому механізмі, від коливань "ідеального" механізму. Розгляд почнемо з останнього випадку. На рис. 24 зображено графік зміни навантаження на зуб під час його перебування в зачепленні, частина повного навантаження, що сприймається одним зубом. Штриховою лінією зображена теоретична залежність, суцільними лініями – експериментальна залежність для різної товщини масляної плівки між зубами.



Рисункок 24 - Зміна навантаження на зуб зубчастого колеса в процесі його роботи:

1 – для  $(h_0)_{\min} = 5 \cdot 10^{-6}$ ; 2 – для  $(h_0)_{\min} = 20 \cdot 10^{-6}$ ; 3 – для  $(h_0)_{\min} = 100 \cdot 10^{-6}$

Таким чином, навантаження на зуб носять імпульсний характер. Період повторення цих імпульсів

$$T = \frac{60}{nz} \quad (63)$$

Частота повторення

$$\nu = \frac{nz}{60} \quad (64)$$

Істотним параметром імпульсної послідовності є тривалість імпульсів

$$\tau = \frac{60\varepsilon}{nz},$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт перекриття,

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2 \alpha + z_1 + 1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2 \alpha + z_2 + 1} - \frac{z_1 + z_2}{2} \sin \alpha}{\pi \cos \alpha}.$$

Час зачеплення  $\tau$  одного зуба складається з періодів  $\tau_1$  і  $\tau_2$ :

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

Інтервал часу  $\tau_1$  характерний тим, що на ньому в зачепленні знаходиться одна пара зубів. Протягом інтервалу часу  $\tau_2$  в зачепленні знаходяться дві пари зубів. Ці інтервали і їхній вплив на навантаження добре видно на рис. 24:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= (2 - \varepsilon)\tau; \\ \tau_2 &= (\varepsilon - 1)\tau. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Як було показано в попередньому розділі, тривалість імпульсу і ширина його спектра  $V_\varepsilon$  пов'язані наближеним співвідношенням

$$\tau V_\varepsilon = a, \quad (66)$$

де  $a$  залежить від форми імпульсу і змінюється від 1 до 2.

Візьмемо  $a = 1,5$ . Це означає, що якщо до пружної системи прикладена сила у виді імпульсу тривалістю  $\tau$ , тоді вона може збудити в цій системі пружні коливання, частота яких  $\nu \leq V_\varepsilon$ . Таким чином, чим рідше входять у зачеплення зуби і чим більший коефіцієнт перекриття  $\varepsilon_1$ , тим вузьчий спектр збуджуваних у механізмі коливань. Якщо частота складових збуджувальної сили збігається з областю резонансу, то в системі збуджуються інтенсивні коливання. А якщо ні, то рівень коливань буде малим.

**Приклад.** Підрахуємо період повторення  $T$  і тривалість силових імпульсів  $\tau$ , що виникають під час роботи редуктора.

Візьмемо частоту обертання первинного вала  $n = 1300$  об/хв,  $z_1 = 14$ ,  $z_2 = 49$ ,  $m = 5$  мм,  $\alpha = 20^\circ$ . Тоді коефіцієнт перекриття

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{14^2}{4} \cdot 0,34^2 + 14 + 1} + \sqrt{\frac{49^2}{4} \cdot 0,34^2 + 49 + 1} - \frac{14 + 49}{2} \cdot 0,34}{\pi \cdot 0,94} = 1,6.$$

Звідси

$$T = \frac{60}{1300 \cdot 14} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

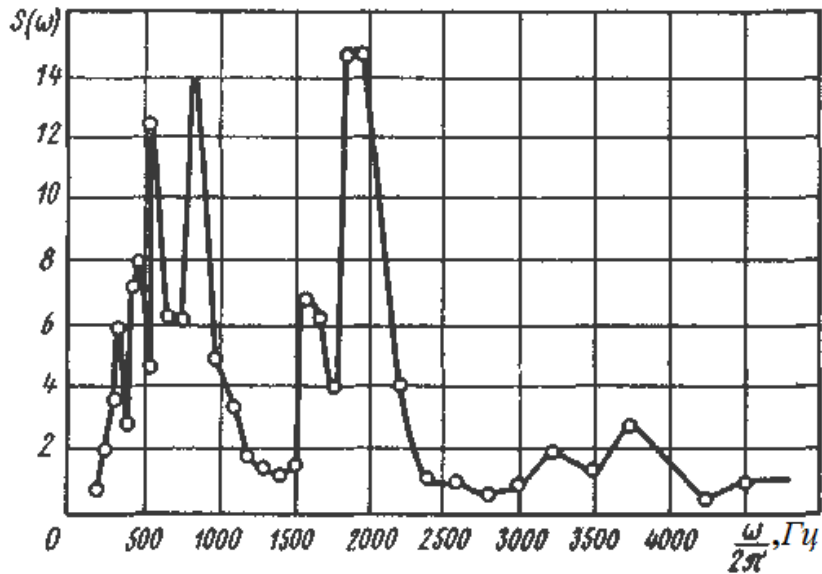
$$\tau = 3,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} = 5,28 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$\nu_\varepsilon = \frac{1,5}{5,28 \cdot 10^{-3}} = 286 \text{ Гц}.$$

Цю частоту варто вважати низькою порівняно з власними частотами механізму.



На рис. 7.19 зображений спектр пружних коливань редуктора, які порушені роботою зубчастих коліс.



Рисункок 25 - Спектр вібрацій редуктора, які порушені зіткненням зубів

Спектр показує, що активний діапазон вібрацій лежить значно вище 286 Гц. Це пов'язано з тим, що вібрація, яка збуджена імпульсами великої тривалості, швидко загасає. З погляду вібродіагностики це позитивний факт. Відхилення параметрів реального зубчастого механізму від номінальних значень приводять до ударних взаємодій зубів. Ці взаємодії відрізняються меншою тривалістю, а отже, більш широким спектром, що покриває області багатьох резонансів. Такі вібрації згасають повільно.

Крім нормальних тисків, на зубцях коліс діють дотичні зусилля, пов'язані із силою тертя, що виникає при відносному ковзанні зубів. Період повторення імпульсів сили тертя і їхня тривалість такі самі, як для раніше розглянутого випадку чи дії стискальної сили, тому спектр вібросигналу, порушеного тертям, повинен займати той самий діапазон, що і спектр стискальної сили.

Істотним фактором, що визначає ресурс і к.к.д. зубчастого механізму, а також рівень випромінюваного їм шуму, є інтенсивність ударних взаємодій зубів. В ідеальному механізмі ці взаємодії відсутні. Вони з'являються тільки тоді, коли зубчаста пара має похибку зачеплення. Оскільки діагностика зубчастої передачі в основному зводиться до визначення похибки зачеплення, необхідно більш докладно ознайомитися з виникненням і проходженням ударних взаємодій, тому що вони є джерелом пружних коливань, використовуваних як діагностичний сигнал.

Позначимо  $i(t)$  миттєве значення передатного відношення в момент часу  $t$  і визначимо його як відношення миттєвих частот обертання зубчастих коліс:

$$i(t) = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)}$$

При ідеальній передачі  $\omega_1(t) = const$ ,  $\omega_2(t) = const$ ,  $i(i) = const$ . Для сталості передатного відношення необхідно і досить, щоб контактна нормаль до дотичних поверхонь зубів перетинала лінію центрів увесь час в одній і тій самій

точці. Ця точка називається полюсом зачеплення. Якщо положення полюса на лінії центрів змінюється в процесі обертання коліс, то передатне відношення і частота обертання їх не залишаються постійними.

Позначимо через  $i_0$  теоретичне значення передатного відношення

$$i_0 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1},$$

де  $r_1, r_2$  – радіуси основної окружності зубчастих коліс.

Величина  $i_0$  дорівнює середньому значенню передатного відношення за досить великий інтервал часу:

$$i_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

Різниця

$$\Delta i(t) = i(t) - i_0$$

буде відхиленням миттєвого передатного відношення від теоретичного значення

$$\Delta i(t) = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)} - i_0 = \frac{\Delta \omega_1 - i \Delta \omega_2}{\omega_2 + \Delta \omega_2},$$

де  $\Delta \omega_1, \Delta \omega_2$  – миттєві відхилення частоти обертання зубчастих коліс від їхніх середніх значень.

Похибка зачеплення може бути оцінена деяким функціоналом від  $\Delta i(t)$ . Такою оцінкою, зрозуміло, не може бути середнє значення  $\Delta i(t)$ , оскільки воно завжди дорівнює нулю. Звичайно використовують або середньоквадратичне відхилення

$$\Delta_2^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [\Delta i(t)]^2 dt,$$

або максимальне відхилення

$$\Delta_1 = \max |\Delta i(t)|; \quad 0 \leq t \leq T$$

Варто помітити, що заелементний контроль зубчастої пари не дозволяє оцінити похибку зачеплення, а отже і його працездатність. Вібраційні методи діагностики в цьому відношенні виглядають досить перспективними, тому що вони базуються на аналізі динамічних явищ, що відбуваються в парі.

Для ненаголошеного входження в зачеплення чергової пари зубів необхідно, щоб лінійні швидкості  $v_1$  і  $v_2$  точок дотику обох зубів були однакові, тобто необхідне виконання такої умови:

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2.$$

Якщо  $v_1 \neq v_2$ , то зіткнення зубів буде супроводжуватися ударом. На підставі теореми Карно величину ударного імпульсу можна визначити з такого співвідношення:

$$q = Q\tau = J_1 J_2 \frac{v_1 - v_2}{J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2},$$

де  $J_1, J_2$  – моменти інерції відомої і ведучої ланок;

$r_1, r_2$  – радіуси ділильних окружностей.

Підставляючи  $v_1 = (\omega_2 + \Delta\omega_2)r_2$  і  $v_2 = (\omega_2 + \Delta\omega_2)r_1$ , отримаємо

$$q = J_1 J_2 \frac{r_1 (\omega_2 + \Delta\omega_2)}{J_1 r_2^2 + J_2 r_1^2} \Delta i$$

або, вважаючи  $\Delta\omega_2 \ll \omega_2$ , остаточно можна написати

$$q = J_1 J_2 \frac{r_1 \omega_1}{J_1 \omega_2^2 + J_2 \omega_1^2} \frac{\Delta i}{i_0},$$

$\frac{\Delta i}{i_0}$

де  $i_0$  – відносне відхилення передатного відношення.

Таким чином, ударний імпульс при входженні зубів у зачеплення пропорційний відносному відхиленню передатного відношення.

Звичайно, похибка зачеплення задається не  $\Delta i$ , а величиною відхилення кроку  $\Delta t$  по ділильній окружності. Оскільки крок визначається співвідношенням

$$t = \pi m = \frac{2\pi r_2}{z_2}; \quad \Delta t = \frac{2\pi \Delta r_2}{z_2},$$

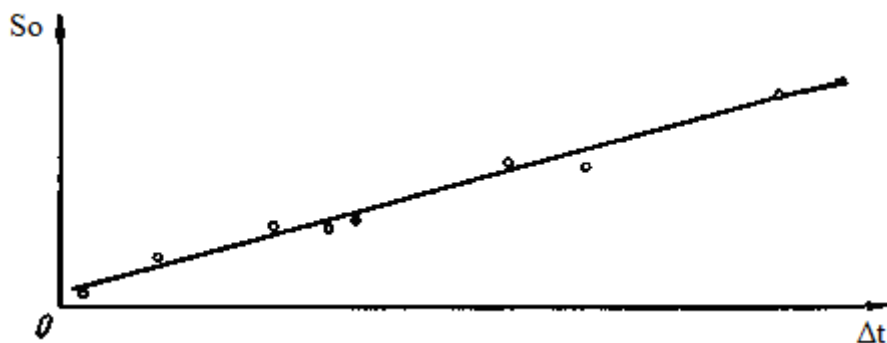
тоді

$$\Delta i = \frac{z_2 i_0}{2\pi r_2} \Delta t = \frac{i_0 \Delta t}{\pi m}.$$

Враховуючи також, що  $r_2 = \frac{m z_2}{2}$ , запишемо у вигляді

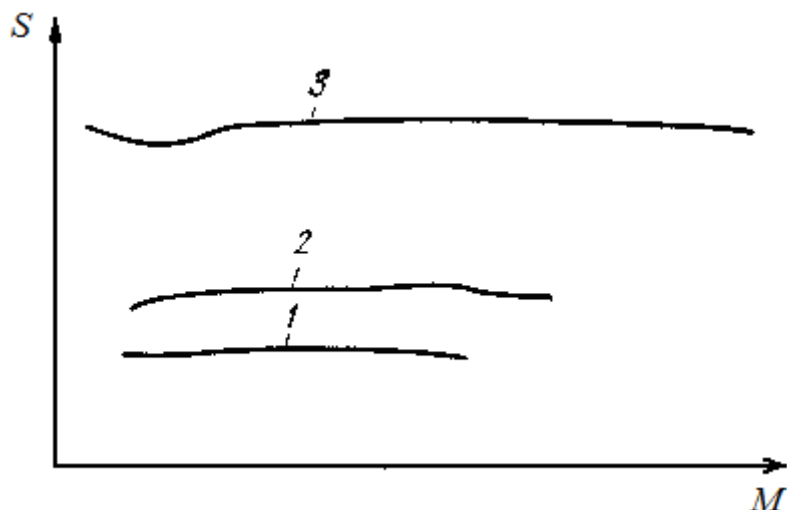
$$q = 4 \frac{J_1 J_2}{\pi} \frac{z_1 \omega_1}{J_1 m^2 z_2^2 + J_2 m^2 z_1^2} \Delta t.$$

На рис. 7.20 зображений графік залежності амплітуди акустичного сигналу від величини похибки  $\Delta t$ . Він являє собою пряму лінію.



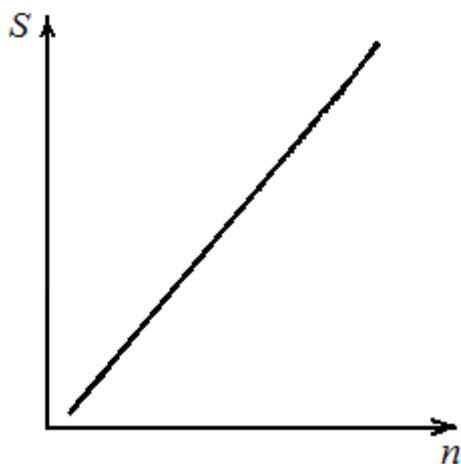
Рисункок 26 - Залежність амплітуди вібрисигналу від похибки кроку зачеплення

Величина імпульсу, а як наслідок, і амплітуда вібрації, не залежать від навантаження (рис. 27).



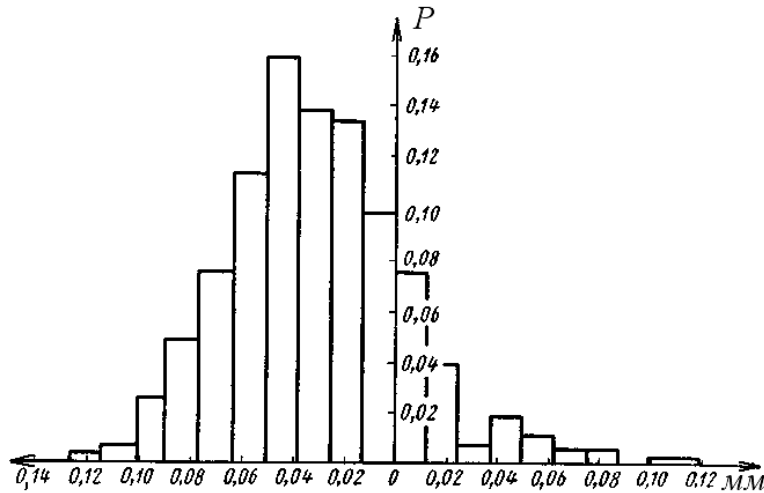
Рисункок 27 - Залежність амплітуди акустичного сигналу від навантаження при швидкості обертання зубчастого колеса  
1-120 $\text{об}/\text{хв}$ ; 2-135 $\text{об}/\text{хв}$ ; 3-194 $\text{об}/\text{хв}$

На рис.28 зображена залежність амплітуди вібрації від частоти обертання зубчастих коліс.



Рисункок 28 - Залежність амплітуди вібрації від швидкості обертання зубчастого колеса

Ця залежність, як впливає з виразу, лінійна. На рис.29 зображена гістограма розподілу похибки кроку зачеплення зубчастої пари.



Рисункок 29 - Гістограма розподілу похибки кроку зачеплення в зубчастій парі

Як впливає з гістограми, найбільш імовірна похибка кроку 0,05 мм.

Підіб'ємо деякі підсумки. Робота зубчастої пари, що має похибку зачеплення  $\Delta i$  або  $\Delta t_0$ , супроводжується ударними імпульсами, період проходження яких

$$T = \frac{60}{nz}, \quad (67)$$

а тривалість відповідно до наближеної теорії,

$$\tau = A\Delta t_0^{-\frac{1}{5}} = B\left(\frac{\Delta i}{i_0}\right)^{-\frac{1}{5}} \quad (68)$$

де  $A, B$  – сталі величини для даного типу редуктора і заданого режиму його роботи.

Можна також указати залежність тривалості імпульсу від режиму роботи механізму:

$$\tau = C(\omega \cdot z)^{-\frac{1}{5}}, \quad (69)$$

де  $C$  – стала величина.

Із збільшенням похибки зачеплення  $\Delta t_0$  тривалість зіткнення дуже слабо зменшується. Так поводить ся ударний імпульс і при збільшенні  $\omega z$ , але приблизно можна вважати, що  $\tau$  не залежить від похибки кроку і частоти обертання зубчастих коліс. Зі збільшенням похибки зачеплення ширина спектра сигналу слабо зростає:

$$\nu_s = D\Delta t_0^{\frac{1}{5}} = D'\left(\frac{\Delta i}{i_0}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (70)$$